

Série A, N° 2970
N° d'ordre : 3842

THÈSES

PRÉSENTÉES A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS
POUR OBTENIR LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Paul COUTEAU

PREMIÈRE THÈSE :

CONTRIBUTION A LA THÉORIE DU SPECTRE DES NAINES BLANCHES

DEUXIÈME THÈSE :

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Soutenues le 21 Janvier 1956, devant la Commission d'examen

MM. DANJON

Président.

SCHATZMANN
JACQUINOT

} *Examineurs.*



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41552418_0039

Série A, N° 2970
N° d'ordre : 3842

THÈSES

PRÉSENTÉES A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS
POUR OBTENIR LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Paul COUTEAU

PREMIÈRE THÈSE :

CONTRIBUTION A LA THÉORIE DU SPECTRE DES NAINES BLANCHES

DEUXIÈME THÈSE :

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Soutenues le 21 Janvier 1956, devant la Commission d'examen

MM. DANJON

Président.

SCHATZMANN
JACQUINOT

} *Examineurs.*

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen J. PERÈS

PROFESSEURS

G. JULIA	T Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	L'HERITIER	T Génétique.
E. DARMOIS	T Enseignement de Physique.	GRIVET	T Radioélectricité.
FOCH	T Mécanique physique et expérimentale.	PONCIN	T Mécanique des fluides.
PAUTHENIER	T Electrotechnique générale.	THIRY	T Mécanique appliquée.
DE BROGLIE	T Théories physiques.	DUBREIL	T Arithmétique et théorie des nombres.
JOB	T Chimie générale.	QUELET	T Chimie organique.
PRENANT	T Anatomie et Histologie comparées.	CAGNIARD	T Géophysique appliquée.
GARNIER	T Géométrie supérieure.	CHAMPETIER ..	T Chimie macromoléculaire.
PERÈS	T Mécanique des fluides et applications.	CUVILLIER	T Géologie structurale et géologie appliquée.
LAUGIER	T Physiologie générale.	JUNG	T Pétrographie.
M. CURIE	T Physique (P.C.B.)	TRILLAT	T Microscopie et diffraction électronique.
BARRABE	T Géologie structurale et géologie appliquée.	WIEMANN	T Chimie organique structurale.
G. DARMOIS	T Calcul des probabilités et Physique mathématique.	JACQUINOT	T Spectroscopie et physique céleste.
J. BURCART ...	T Géographie physique et Géologie dynamique.	VASSY	Physique de l'atmosphère.
PLANTEFOL	T Botanique.	DESTOUCHES ...	Théories physiques.
GRASSE	T Evolution des êtres organisés.	M. PRUVOST	T Géologie.
PREVOST	T Chimie organique.	AMIEL	T Chimie (P.C.B.)
BOULIGAND	T Application de l'analyse à la géométrie.	HOCART	T Minéralogie.
CHAUDRON	T Chimie appliquée.	J.P. MATHIEU ..	T Physique (P.C.B.)
WYART	T Minéralogie.	COUTEAUX	T Biologie animale (P.C.B.)
TEISSIER	T Zoologie.	MAY	Biologie animale (P.C.B.)
MANGENOT	T Biologie Végétale.	CHOQUET	T Calcul différentiel et intégral.
P. AUGER	T Physique quantique et relativité.	FELDMANN	Biologie (P.C.B.)
MONNIER	T Physiologie des fonctions.	GUINIER	T Physique (P.C.B.)
PIVETEAU	T Géologie.	JOST	T Biologie (P.C.B.)
ROCARD	T Physique (E.N.S.)	FORTET	T Calcul des probabilités.
H. CARTAN	T Mathématiques (E.N.S.)	SCHWARTZ	T Méthodes mathématiques de la physique.
LAFFITTE	T Chimie générale.	CHOUARD	T Physiologie végétale.
FAVARD	T Mécanique générale.	MALAVARD	T Aviation.
COULOMB	T Physique du Globe.	BRELOT	T Calcul différentiel.
Mlle COUSIN	T Biologie animale (P.C.B.)	NORMANT	T Chimie (P.C.B.)
CHRETIEN	T Chimie minérale.	BENARD	T Chimie (P.C.B.)
P. DRACH	T Zoologie.	BUVAT	T Botanique (E.N.S.)
KASTLER	T Physique.	DUGUE	T Statistiques mathématiques.
EPHROSSI	T Génétique.	GELOSO	Chimie (S.P.C.N.)
WURMSER	T Biologie physico-chimique.	SOULAIRAC	T Psychophysiologie.
RIVIERE	T Géologie (S.P.C.N.)	ULRICH	T Physiologie végétale.
GAUTHERET	T Biologie végétale (P.C.B.)	MARECHAL	T Optique théorique et appliquée.
LUCAS	T Recherches physiques.	KIRRMANN	T Théories chimiques.
A. THOMAS	T Biologie cellulaire.	CHADEFAUD	Botanique.
ARNULF	T Optique appliquée.	DESTRIAU	Physique (M.P.C.)
M. MORAND	T Physique.	Mlle LE BRETON ..	Physiologie générale.
SOLEILLET	T Physique.	SALEM	Mathématiques générales.
FORTIER	T Mécanique expérimentale des fluides	LELONG	T Mathématiques générales.
DANJON	T Astronomie.	DEVILLERS	Anatomie et Histologie comparées.
FROMAGEOT	T Chimie biologique.	EHRESMANN	T Topologie algébrique.
LAPORTE	T Physique générale et radioactivité.	FRANÇON	Physique (M.P.C.)
JANET	T Mécanique analytique et mécanique céleste.	GLANGEAUD	T Géographie physique et Géologie dynamique.
PETIT	T Biologie maritime.	GODEMENT	T Mathématique (M.P.C.)
QUENEY	T Météorologie et dynamique atmosphérique.	PISOT	T Calcul des probabilités.
GALLIEN	T Embryologie.	ROCH (E.)	Géologie.
EICHORN	T Biologie végétale (P.C.B.)	SCHATZMANN	Astrophysique.
DE CUGNAC	Biologie végétale (P.C.B.)	TERMIER	T Paléontologie stratigraphique.
Mlle CAUCHOIS ..	T Chimie physique.	ZAMANSKY	T Mathématiques générales.
THELLIER	T Physique du Globe.	JOLIOT	T Physique nucléaire et radioactivité.
AUDUBERT	T Electrochimie.		

Secrétaire Général C. MONIER

CONTRIBUTION A LA THÉORIE DU SPECTRE DES NAINES BLANCHES

par
P. COUTEAU

SOMMAIRE. — On suppose que la photosphère des naines blanches est composée d'hydrogène pur. On recherche si, parmi les formes possibles d'hydrogène, la molécule H_2 peut se présenter en abondance notable. Cette abondance est de 100 à 1000 plus faible que celle de l'hydrogène atomique dont on a donc seulement tenu compte.

On rappelle brièvement la méthode de calcul du coefficient d'absorption atomique dont on forme la moyenne de Planck. On calcule le coefficient d'absorption dans les ailes des raies de la série de Balmer, et on donne une table des $(\alpha + \sigma)$ pour les pressions et températures élevées, σ étant le coefficient de diffusion due aux électrons libres.

On calcule le contour d'une raie pour l'ensemble du disque stellaire. On donne les principaux modèles utilisés.

On détermine une relation $\log g = g(T)$ permettant d'obtenir des intensités, au centre de certaines raies. Cette relation détermine complètement les étoiles conformes aux modèles établis, en partant de la relation Masse-Rayon valable pour les étoiles à matière dégénérée. Les résultats sont en accord avec les données de l'observation, mais les températures sont de l'ordre de 300.000°.

Le travail se termine par l'étude complète du contour de H_γ , on donne les résultats obtenus sur plusieurs modèles. Dans les spectres des modèles à forte gravité, les ailes accusent l'absorption du centre de la raie par une émission assez nette. Pour les gravités plus faibles, les ailes tendent rapidement vers le fond continu.

INTRODUCTION

Les quelques 250 naines blanches actuellement cataloguées sont toutes, sauf deux (40 Eridani B, Sirius B), des étoiles plus faibles que la onzième magnitude. Leur étude spectrale est donc du domaine des grands instruments, et cette étude ne peut nous apporter encore que des renseignements fragmentaires. L'étude astrométrique : parallaxe et mouvement propre ne nous fournit que des résultats très incomplets, mais précieux.

Le bilan de l'observation de ces 250 naines blanches est, en résumé, le suivant : 42 parallaxes ont été mesurées [29] dont 14 dépassent 0''1 et 16 sont inférieures à 0''05 ; le spectre a pu être obtenu pour une centaine de naines blanches, mais une vingtaine seulement ont pu être étudiées en détail. Enfin l'observation n'a pu nous fournir que trois

masses : celles de 40 EriB, SiriusB, ProcyonB, de masses respectives 0,45 0,96 0,5 $M_{\odot}$ [28], [1], [27]. La première, déterminée à l'aide d'une orbite dont la période de révolution dépasse 200 ans, n'est qu'approximative ; quant à ProcyonB son observation est si malaisée, qu'on n'a jamais pu en obtenir un spectre. 40 Eridani B et Sirius B sont donc les seules naines blanches sur lesquelles on possède des renseignements à la fois astrométriques et spectroscopiques fondamentaux.

Les données spectrales [1] concernant les naines blanches se résument en ceci : à part le cas de Van Maanen 2, qui présente dans son spectre des raies métalliques, spécialement du fer, les naines blanches présentent, soit un spectre où l'on identifie les premières raies de la série de Balmer larges et diffuses, soit un spectre continu. Ce fait général, lié à la difficulté de détecter les naines blanches par l'étude de leur spectre, a conduit les observateurs à rechercher ces étoiles par des procédés astrométriques. Actuellement, les sondages sont basés sur le mouvement propre et l'indice de couleur.

Les naines blanches dont le spectre présente les premières raies de la série de Balmer offrent aux astrophysiciens un vaste champ d'étude déjà bien exploité : les étoiles 40 EriB, 1166 h Persei, Wolf 1346 en particulier ont été soigneusement observées [1]. On est beaucoup moins renseigné par contre sur les naines blanches qui présentent un spectre continu et qui sont en assez grand nombre. Remarquons incidemment combien il est difficile d'affirmer qu'un spectre est continu. Les spectrographes utilisés couramment donnent des dispersions de 70 à 400 Å/mm à H gamma, ils sont montés sur des instruments d'ouverture variable selon la magnitude de l'astre et la dispersion. Par exemple 40 EriB a été étudiée avec un spectrographe à fente, monté sur le réfracteur de 36 pouces de Lick, qui donne une dispersion de 77 Å/mm à H gamma [1]. Mais la plupart des naines blanches, beaucoup plus difficiles à observer, ne peuvent s'étudier qu'avec des spectrographes donnant des dispersions de 200 à 300 Å/mm attachés à des réflecteurs d'au moins 1 m. 50 d'ouverture.

Le type de la naine blanche donnant un spectre continu est AC+70°8247, cette étoile, découverte par KUIPER en 1934 [2], est aussi une des premières naines blanches de parallaxe connue : $\pi = 0''075$. Un spectre de cette étoile a été pris peu après sa découverte ; il ne présente aucune raie, mais on distingue deux régions très larges, correspondant approximativement à H_{γ} et H_{δ} , qui semblent présenter une absorption de 2 à 3 %. Depuis, un autre spectre de cette étoile a été obtenu au réflecteur de 2 m. 05 de Mac Donald par M. KOURGANOFF et Mlle CANAVAGGIA avec une pose de 2 h. 30. Ce spectre étudié au microphotomètre CHALONGE révèle également deux régions, mais correspondant à H_{β} et H_{γ} , en absorption légère ou nulle au centre, avec les ailes en très légère émission. Malgré la longueur de la pose, le spectre est encore trop faible pour permettre une mesure précise de cette émission. Il semble probable que les spectres continus des naines blanches ne nous apparaissent ainsi qu'en raison de l'insuffisance de nos moyens spectraux comparés à la magnitude élevée de ces étoiles. On peut penser à une classification d'après l'allure des raies de Balmer, depuis les raies relativement étroites et profondes de 40 Eridani B [30], celles plus larges et diffuses de Wolf 1346 [31], jusqu'aux spectres continus et en légère émission dont le cas ci-dessus est un exemple.

Si les spectres à raies d'hydrogène en absorption s'expliquent facilement dans le cas des naines blanches, il est plus délicat d'interpréter les spectres à raies d'émission dans le domaine des gravités et des pressions très élevées régnant dans la photosphère

de ces étoiles. Dans ce travail, nous essayons d'expliquer, d'abord les spectres continus, et ensuite les raies de l'hydrogène en légère émission que les naines blanches, dont le type est AC+70°8247, présentent.

Dans le premier chapitre, après avoir souligné que l'atmosphère des naines blanches est formée d'hydrogène presque pur, nous cherchons si aux grandes pressions caractérisant ces étoiles il y a lieu de tenir compte de l'hydrogène moléculaire dans les modèles calculés.

Dans un second chapitre, nous calculons les coefficients d'absorption moyens et monochromatiques aux températures et pressions qui nous seront utiles ; ainsi que le coefficient d'absorption dans les raies de Balmer à du centre. On donne une table des $(\bar{\kappa} + \sigma)$.

Le chapitre III traite de la profondeur relative d'une raie de Balmer pour l'ensemble du disque stellaire, et on calcule de nombreux modèles pour différentes valeurs de la température superficielle et de la gravité.

Au chapitre suivant, on établit une relation entre la température de surface T_0 et la gravité g , ce qui permet, d'une part de déterminer la masse et le rayon des naines blanches dont le spectre présente les raies H_γ et H_δ en émission ou en absorption donnée, d'autre part de placer ces étoiles dans le diagramme de HERTZSPRUNG-RUSSELL.

Le chapitre V étend les résultats précédents aux ailes des raies, et nous recherchons les conditions d'émission relative dans les ailes de la raie H_γ . On aboutit également à une relation entre T_0 et g , puis au calcul des masses, des rayons et de la magnitude absolue.

Ce travail a été commencé à l'Institut d'Astrophysique de Paris, poursuivi et terminé à l'Observatoire de Nice. Qu'il me soit permis de remercier ici :

Monsieur SCHATZMAN, Maître de Conférences à l'Université de Paris, qui m'a guidé et suivi avec sollicitude tout au long de cette étude ;

Monsieur FAYET, Directeur de l'Observatoire de Nice, pour les facilités qu'il m'a procurées à l'Observatoire de Nice ;

Monsieur DANJON, Directeur de l'Observatoire de Paris, qui a bien voulu présenter mes notes aux comptes rendus de l'Académie des Sciences et qui a suivi mes travaux avec bienveillance.

I. SUR L'ABONDANCE DE L'HYDROGÈNE MOLÉCULAIRE DANS L'ATMOSPHÈRE DES NAINES BLANCHES

L'étude théorique du spectre des naines blanches a été abordée, entre autre, par SCHATZMAN [3]. Cet auteur étudiant le triage des éléments dans l'atmosphère à forte gravité caractérisant ces étoiles conclut à une concentration très faible des éléments lourds, ce qui explique l'absence de raies métalliques. Il est donc très probable que, sauf exception, conformément à l'observation spectrale, les atmosphères des naines blanches sont constituées uniquement d'hydrogène sous ses différentes formes.

L'atmosphère d'une étoile fournit un spectre qui dépend uniquement de sa composition et des conditions physiques qui y règnent. Les relations fondamentales bien connues qui déterminent l'état des régions superficielles d'une étoile sont : d'une part l'équation d'équilibre hydrostatique :

$$dp = \rho g dh$$

où p est la pression, ρ la densité, g la gravité, et h la profondeur géométrique. D'autre part, l'état d'équilibre thermique des différentes couches fait intervenir leur profondeur optique τ définie par :

$$d\tau = \kappa \rho dh$$

où κ est le coefficient d'absorption par gramme de matière.

Ces deux relations nous donnent l'équation reliant la profondeur optique à la pression dans les atmosphères stellaires :

$$d\tau = \frac{\kappa}{g} dp$$

Le calcul d'un modèle d'atmosphère repose donc principalement sur le coefficient d'absorption κ . Ce coefficient dépend des corps constituant les couches extérieures de l'étoile et des conditions auxquelles ils sont soumis.

Comme nous supposons que le seul constituant de l'atmosphère des naines blanches est l'hydrogène, nous aurons donc à en étudier le coefficient d'absorption. Il nous faut savoir alors sous quelles formes peut se présenter l'hydrogène aux conditions de température et de pression régnant à la surface de ces étoiles. En particulier aux fortes pressions, il serait possible que la molécule d'hydrogène contribue à l'absorption. C'est pourquoi avant de nous lancer dans le calcul du coefficient, il est nécessaire de calculer l'abondance de la molécule H_2 .

Etude théorique de l'abondance relative de l'hydrogène moléculaire

L'étude de la dissociation de la molécule d'hydrogène en fonction de la température et de la pression a déjà été faite par WOLLEY, SCOTT et BRICKWEDDE [4], mais leurs tables ne s'étendent pas au domaine que nous étudions.

Pour une température donnée, la constante de dissociation s'écrit :

$$K = \frac{P_H^2}{P_{H_2}} \quad (1_1)$$

où P_H et P_{H_2} sont les pressions de l'hydrogène atomique et moléculaire en atmosphères.

On va expliciter le rapport du nombre de molécules d'hydrogène au nombre d'atomes d'hydrogène. Pour cela, on fait intervenir l'équation de dissociation relative aux protons et aux atomes d'hydrogène :

$$\frac{[H^+]}{[H]} p_e = \frac{(2\pi m k T)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_0}{kT}}$$

où m est la masse de l'électron,

h la constante de Planck,

$[H^+]$ le nombre de protons par cm,

p_e la pression électronique,

χ_0 l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène.

supposant, en outre, que tous les électrons libres proviennent de l'ionisation de l'hydrogène, c'est-à-dire :

$$[e^-] = [H^+]$$

on arrive à :

$$\log \frac{[H_2]}{[H]} = 2 \log p_e + 13,53 \theta + \frac{5}{2} \log \theta - \log K - 14,77 \quad (1_2)$$

En annulant le premier membre de (1₂), on a la relation $p_e(\theta)$ qui donne l'abondance égale d'hydrogène moléculaire et atomique.

La constante de dissociation K a été calculée par les auteurs cités [4] pour 3.000, 4.000 et 5.000°, mais ces températures sont trop faibles pour l'étude que nous nous proposons. Nous allons faire le calcul pour une température de 10.000° voisine de la température effective admise pour les naines blanches classiques du type 40 Eridani B.

On a [4] :

$$K = \frac{2,2 (2\pi M)^{3/2} (kT)^{5/2}}{10^6 \cdot 2^{3/2} \sum h^3} e^{-\frac{W}{kT}}$$

où M est la masse du proton,

W l'énergie de dissociation de la molécule d'hydrogène égale à 4,46 e. v.,

$\sum$ la somme d'état de la molécule d'hydrogène.

Remplaçant les constantes par leurs valeurs numériques, on obtient :

$$\log K = 7,69 - \log \sum - \frac{5}{2} \log \theta - 4,46 \theta \quad (1_3)$$

Toute la difficulté du calcul vient de la somme d'état de la molécule d'hydrogène. Cette somme d'état s'écrit d'une façon générale :

$$\Sigma = \sum_{v,j} g_j \text{Exp} (-\varepsilon_{v,j} / kT)$$

où les g_j sont les poids statistiques des niveaux d'énergie et les $\varepsilon_{v,j}$ sont les niveaux d'énergie correspondants de rotation et vibration.

On sait que, pour les molécules diatomiques composées d'atomes semblables, le poids statistique d'un état donné est :

$$\begin{aligned} g &= 2j + 1 \\ \text{pour les valeurs paires de } j, \text{ et :} \\ g &= 3(2j + 1) \\ \text{pour les valeurs impaires de } j. \end{aligned}$$

Les valeurs $\varepsilon_{v,j}$ des niveaux d'énergie de rotation-vibration ont été déterminées à l'aide des données spectroscopiques fournies par l'observation spectrale [4]. Les valeurs des nombres quantiques v et j sont limitées par la condition que la molécule se dissocie à partir d'un certain état quantique élevé. Ces valeurs sont données dans la table II. On trouvera dans les tables III et IV pour j pair et j impair les valeurs des $g \text{Exp} (-\varepsilon_{v,j} / kT)$. Pour chaque colonne on a fait le total inscrit sous chacune d'elles, le total des colonnes nous donne la somme d'état recherchée pour 10.000°.

$$\Sigma = 740,24$$

Résultats numériques

Nous pouvons alors compléter la table de WOLLEY, SCOTT et BRICKWEDDE [4] qui donne K jusqu'à 5.000°. Reportant ces valeurs dans l'équation (1₂), nous formons le tableau I qui, pour une température donnée, nous donne la valeur de la pression électronique p_e ou de la pression totale $p = 2p_e$, pour laquelle on a :

$$[H_2] = [H]$$

TABLEAU I

T		$3 \cdot 10^3$	$4 \cdot 10^3$	$5 \cdot 10^3$	10^4
log	K	- 1,61	0,40	1,61	3,34
log	p_e	- 5,06	- 1,06	1,43	6,05
log	p	- 4,76	- 0,76	1,73	6,35

Dans la figure I, nous reproduisons les modèles d'atmosphères établis par SCHATZMAN [5] pour deux naines blanches classiques 40 Eri B et Van Maanen 2, puis la courbe séparant la région $[H_2] > [H]$ de la région $[H_2] < [H]$. On voit que pour ces étoiles la pression est de 100 à 1.000 fois trop faible pour donner une abondance $[H_2] = [H]$, [6].

Ce résultat nous permet donc de négliger dans la suite de notre travail la molécule H_2 dans l'atmosphère des naines blanches, d'autant plus que nous travaillerons sur des températures nettement plus élevées que 10.000° .

TABLEAU II

v	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
j	38	35	33	32	29	27	25	23	20	18	16	14	12	9	6	1

TABLEAU III

$$(2j + 1) \exp(-\epsilon_{v,j} / kT)$$

v j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	1,00	0,55	0,31	0,18	0,11	0,07	0,04	0,03	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,00
2	4,75	2,62	1,49	0,88	0,55	0,34	22	15	10	07	05	04	03	03	03	
4	7,61	4,21	2,41	1,44	0,85	0,55	36	24	17	12	09	07	06	05	05	
6	9,18	4,72	2,97	1,78	1,09	70	46	31	22	16	12	10	08	07		
8	9,48	5,37	3,22	1,91	1,19	76	51	35	25	19	15	12	10	09		
10	8,81	5,06	3,00	1,85	1,17	76	52	36	27	20	16	13	11			
12	7,60	4,43	2,67	1,68	0,08	71	49	36	26	21	16	14	13			
14	6,12	3,67	2,24	1,45	0,95	63	45	33	25	20	16	14				
16	4,79	2,87	1,80	1,19	79	54	39	30	23	19	16					
18	3,56	2,18	1,38	0,92	63	45	34	26	21	17						
20	2,54	1,61	1,05	71	50	36	28	22	18							
22	1,86	1,19	0,80	55	39	29	19	16								
24	1,35	0,88	59	40	31	23	19									
26	0,99	64	43	32	24	19										
28	0,70	47	32	24	18											
30	0,52	34	24	18												
32	0,38	25	17													
34	0,27	18														
36	0,20															
38	0,15															
Total	71,86	41,24	25,09	15,68	10,03	6,58	4,48	3,10	2,32	1,53	1,06	0,75	0,52	0,25	0,09	0

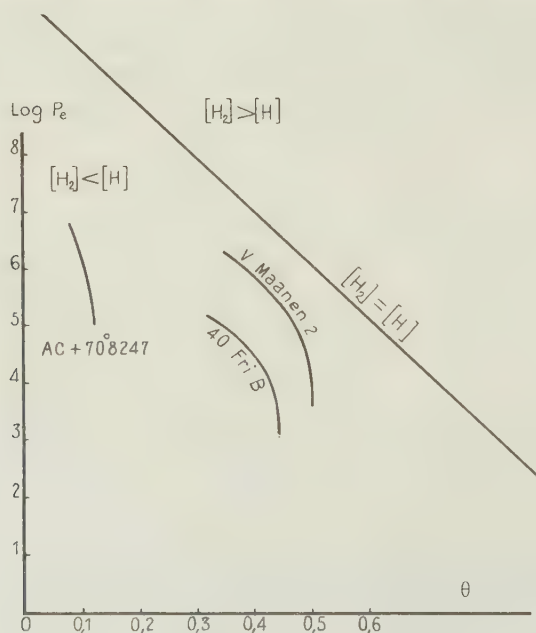
La table II donne les valeurs limites des nombres quantiques v et j. La table III donne les contributions des niveaux j (pair) à la somme d'état de la molécule H pour 10.000° .

La table IV donne les contributions des niveaux j (impair) à la somme d'état de la molécule H_2 pour 10.000° .

TABLEAU IV

3 (2 j + 1) EXP ($-\epsilon_{v,j}$ kT)

$\begin{smallmatrix} v \\ j \end{smallmatrix}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	8,85	4,87	2,77	1,64	0,99	0,62	0,40	0,27	0,19	0,13	0,10	0,08	0,06	0,05	0,05	0,01
3	18,95	10,47	5,98	3,55	2,15	1,36	0,89	0,60	41	30	22	18	14	12	11	
5	25,68	14,29	8,22	4,92	3,01	1,91	1,25	0,85	60	43	33	26	21	19	17	
7	28,39	15,99	9,30	5,62	3,47	2,22	1,48	1,01	72	53	41	33	27	24		
9	27,72	15,80	9,28	5,70	3,57	2,32	1,56	1,09	78	59	46	38	32	29		
11	24,85	14,26	8,57	5,33	3,42	2,21	1,54	1,09	80	61	49	41	36			
13	20,58	12,30	7,41	4,80	3,06	2,03	1,42	1,03	77	61	49	43				
15	16,28	9,74	6,09	3,92	2,59	1,76	1,27	0,94	72	58	49					
17	12,47	7,52	4,75	3,15	2,13	1,49	1,10	83	66	54						
19	9,05	5,62	3,64	2,44	1,69	1,22	0,92	72	59							
21	6,42	4,15	2,76	1,88	1,33	0,98	0,77	61	52							
23	4,75	3,07	2,07	1,44	1,04	0,79	63	52								
25	3,48	2,26	1,53	1,09	0,81	0,63	51									
27	2,50	1,65	1,13	0,82	0,62	0,50										
29	1,80	1,22	0,83	0,62	0,46											
31	1,33	0,88	0,61	0,46												
33	0,97	0,64	0,44													
35	0,70	0,48														
37	0,50															
Total	215,27	125,21	75,38	47,38	30,34	20,04	13,74	9,57	6,76	4,32	2,99	2,07	1,36	0,89	0,33	0,01

FIG. 1. — Abondance de la molécule H_2 dans l'atmosphère de quelques naines blanches.

II. THÉORIES ET CALCULS DU COEFFICIENT D'ABSORPTION CONTINU MOYEN ET DU COEFFICIENT D'ABSORPTION DANS LES AILES DES RAIES

Calcul du coefficient d'absorption continu moyen

Le calcul des modèles d'atmosphères, c'est-à-dire des fonctions $\tau(T)$ et $\tau(p)$ qui nous seront utiles, exige la connaissance du coefficient d'absorption des atomes constituant la photosphère de l'étoile.

Plusieurs auteurs ont développé la théorie du coefficient d'absorption continu, nous avons emprunté la marche à suivre à UNSÖLD [7]. On sait que ce coefficient par gramme d'hydrogène dans l'état fondamental peut s'écrire :

$$\kappa_f = \frac{64 \pi^4 m e^{10}}{3 \sqrt{3} c h^3 m_H k^3} \frac{1}{u^3} \frac{e^{-u}}{T^3} \left[\frac{1}{2u_1} + \sum_{u > u_n} \frac{e^{u_n}}{n^3} \right] \quad (11_1)$$

où n est le niveau d'énergie de l'électron dans l'atome,
 m la masse de l'électron,
 m_H celle de l'atome d'hydrogène,
 e la charge électrique de l'électron,
 h la constante de Planck,
 c la vitesse de la lumière,

et où on pose $u = h\nu / kT$.

Appelons $\bar{\kappa}$ le coefficient d'absorption continu moyen par gramme d'hydrogène pur. Pour calculer $\bar{\kappa}$, nous avons le choix entre la moyenne Rosseland et la moyenne Planck. Nous avons choisi la moyenne Planck, c'est-à-dire la moyenne calculée en prenant pour coefficients de pondération dans les différentes fréquences l'intensité spécifique moyenne du corps noir. Compte tenu de l'émission induite, cette moyenne prend une expression très simple :

$$\bar{\kappa}_f = \frac{\int_0^\infty B_\nu \kappa_f (1 - e^{-u}) d\nu}{\int_0^\infty B_\nu d\nu}$$

où B est la fonction de Planck :

$$B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

et $(1 - e^{-u})$, l'émission induite.

On sait que :

$$\int_0^\infty B_\nu d\nu = \frac{2\pi^4 k^4}{15 c^2 h^3} T^4$$

et en posant :

$$F = \frac{64\pi^4}{3\sqrt{3}} \frac{me^{10}}{ch^3 m_H k^3} \frac{e^{-u_1}}{T^3}$$

puis développant les termes entre crochets dans κ_f on arrive à :

$$\begin{aligned} f = \frac{15}{\pi^4} F \left\{ \sum_1^\infty \frac{e^{u_n}}{n^3} \int_{u_1}^\infty e^{-u} du + \sum_2^\infty \frac{e^{u_n}}{n^3} \int_{u_2}^{u_1} e^{-u} du + \dots \right. \\ \left. \dots + \sum_n^\infty \frac{e^{u_n}}{n^3} \int_{u_n}^{u_{n-1}} e^{-u} du + \dots + \frac{1}{2u_1} \int_0^\infty e^{-u} du \right\} \end{aligned}$$

Développant les séries du deuxième membre, on aboutit finalement à :

$$\kappa_f = \frac{15}{\pi^4} F \left[\sum_1^\infty \frac{1}{n^3} + \frac{1}{2u_1} \right] \quad (11_2)$$

Par gramme d'hydrogène pur, on aura :

$$\bar{\kappa} = \bar{\kappa}_f \cdot \frac{[H_0]}{[H^+]}$$

$\frac{[H_0]}{[H^+]}$ étant donné par l'équation de dissociation entre l'hydrogène dans l'état fondamental et les protons. Remarquons, en effet, que pratiquement tout l'hydrogène est ionisé. On a finalement :

$$\log \bar{\kappa} = 1,2784 + \frac{11}{2} \log \theta + \log \left[\frac{0,01597}{\theta} \right] + 1,2020 + \log p \quad (11_3)$$

Tel est le coefficient d'absorption moyen par gramme d'hydrogène pur dans les atmosphères stellaires.

Correction de GAUNT appliquée au coefficient moyen d'absorption

Le facteur correctif de GAUNT relatif au coefficient moyen d'absorption a été négligé dans le calcul que nous venons de faire. STRÖMGREN [8] a étudié ce facteur dans le continu de Balmer qui contribue surtout à former la moyenne $\bar{\kappa}$. Cet auteur trouve que ce facteur correctif ne modifie $\bar{\kappa}$ que de quelques %. Comme nous travaillons sur des températures élevées, où l'intensité du rayonnement est plus grande dans le continu de Lyman que dans le continu de Balmer, nous avons effectué le calcul de la correction de GAUNT dans le continu de Lyman. On a suivi la méthode de STRÖMGREN [8], le facteur correctif est donné par :

$$g(\nu) = 8\pi\sqrt{3} \frac{e^{-4 \frac{1}{\gamma'} \arctan \gamma'}}{(1-\gamma'^2)(1-e^{-\frac{2\pi}{\gamma'}})}$$

où γ' est défini par la relation ;

$$\nu = \nu_L (1 + \gamma'^2)$$

ν_L étant la fréquence correspondant à la discontinuité de Lyman. Le résultat est donné dans le tableau V.

TABLEAU V
CORRECTION DE GAUNT DANS LE
CONTINU DE LYMAN

γ'	$\lambda \text{ \AA}$	g
0,0	912	0,7966
2	877	8073
4	786	8354
6	671	8722
8	556	9101
1,0	456	9424
1,2	374	9670
1,4	308	9838
1,6	256	9930
1,8	215	9962
2,0	182	9939
2,2	156	9878
2,4	135	9786
2,6	117	9669
2,8	103	9540
3,0	91	0,9386

L'examen de ce tableau montre que le facteur g reste voisin de l'unité. La correction apportée par ce facteur au coefficient d'absorption ne peut modifier appréciablement les résultats finalement obtenus.

Quant au coefficient d'absorption dans le continu au voisinage des raies de Balmer, il est donné par l'équation (11₁) et par gramme d'hydrogène pur il s'écrit [7] :

$$\log \kappa = \log c + \frac{5}{2} \log \theta + \log p + \log \left[\frac{e^{u_4}}{4^3} + \frac{e^{u_3}}{3^3} + \frac{e^{u_5}}{2u_1} \right] + \log (1 - e^{-u}) \quad (11_4)$$

$\log c$ dépend de la longueur d'onde, sa valeur au voisinage des premières raies de la série de Balmer est donné dans le tableau suivant :

TABLEAU VI

	H_{α}	H_{β}	H_{γ}	H_{δ}
$\log c$	+ 0,192	- 0,196	- 0,344	- 0,410

Le coefficient de diffusion due aux électrons libres s'écrit :

$$\sigma = \frac{x}{m_H} \sigma_e = 0,38 x$$

par gramme d'hydrogène pur, x étant la fraction d'hydrogène ionisé, σ_e étant le coefficient de diffusion due à un seul électron. Dans les cas étudiés $x = 1$ et on a :

$$\sigma = 0,38$$

Coefficient d'absorption dans une aile de la série de Balmer

On a suivi la méthode de PANNEKOEK [10], utilisée également par SCHATZMAN [11] dans son étude sur le spectre de 40 Eri B et Van Maanen 2. Le coefficient d'absorption par gramme d'hydrogène pur s'écrit :

$$\kappa(\Delta\lambda) = [10,549] \left(\frac{n^2}{n^2 - 4} \right) \cdot f \cdot \frac{[H_B]}{[H^+]} \cdot \frac{1}{S F_0} \int_{\beta}^{\infty} \frac{W(\beta)}{\beta} d\beta \quad (11_5)$$

où $\frac{[H_B]}{[H^+]}$ est le rapport de l'hydrogène dans l'état Balmer aux protons, donné par l'équation de dissociation, f l'intensité d'oscillateur pour la raie considérée [12], S l'étendue en Å du réseau de raies STARK, F_0 le champ moléculaire moyen, β le champ réduit [10] et [11], $W(\beta)$ la fonction de HOLTSMARK [13]. On peut mettre (11₅) sous la forme :

$$\kappa(\Delta\lambda) = \kappa(0) \frac{\int_{\beta}^{\infty} \frac{W(\beta)}{\beta} d\beta}{\int_0^{\infty} \frac{W(\beta)}{\beta} d\beta} \quad (11_6)$$

Posant :

$$\varphi(\beta) = \int_{\beta}^{\infty} \frac{W(\beta)}{\beta} d\beta$$

l'équation (11) s'écrit numériquement :

$$\kappa(\Delta\lambda) = 1,73705 \kappa(0) \varphi(\beta) \quad (11_7)$$

Enfin le coefficient d'absorption au centre des raies H_{γ} et H_{β} s'écrit, en fonction de la température et de la pression :

$$\begin{aligned} \log \kappa(0) &= 2,53077 + \frac{1}{3} \log p + 3,38 \theta + \frac{11}{6} \log \theta && \text{pour } H_{\gamma} \\ &= 3,15624 + \dots && \text{pour } H_{\beta} \end{aligned}$$

D'où le coefficient $\kappa(\Delta\lambda)$, qui se calcule sans difficulté à l'aide de la relation (11₇).

TABLEAU VII

LOG ($\bar{x} + \sigma$)

logp	5,30	5,50	5,70	5,90	6,10	6,30	6,50	6,70	6,90	7,10	7,30	7,50	7,70
0,12	1,653	1,852	2,052	2,251	2,451	2,650	2,850	3,050	3,250	3,449	3,648	3,848	4,044
11	1,451	1,649	1,847	2,047	2,246	2,446	2,645	2,845	3,045	3,245	3,444	3,644	3,842
10	1,231	1,428	1,626	1,824	2,023	2,223	2,423	2,622	2,822	3,022	3,221	3,421	3,621
09	0,995	1,189	1,385	1,582	1,781	1,980	2,179	2,379	2,578	2,778	2,978	3,177	3,377
08	0,742	0,932	1,123	1,319	1,516	1,714	1,913	2,112	2,312	2,511	2,711	2,911	3,111
07	0,458	0,637	0,823	1,013	1,207	1,403	1,601	1,800	1,999	2,198	2,397	2,597	2,797
06	0,168	0,324	0,494	0,674	0,861	1,053	1,249	1,444	1,642	1,840	2,040	2,239	2,439
05	1,901	0,016	0,153	0,308	0,477	0,656	0,842	1,034	1,228	1,424	1,622	1,821	2,020
04	1,706	1,766	1,847	1,949	0,075	0,220	0,382	0,556	0,739	0,928	1,121	1,316	1,513
036	1,657	697	753	829	1,927	0,049	191	350	522	703	0,891	1,083	1,280
032	623	647	682	732	801	1,892	0,005	141	295	463	641	0,827	1,018
028	602	615	634	663	705	764	1,844	1,946	0,071	216	378	551	734
024	590	596	605	619	641	673	719	784	1,870	1,977	0,108	258	423
020	584	586	590	596	605	619	640	672	718	782	1,868	1,975	106
018	582	584	586	589	595	603	616	636	666	709	770	852	1,956
016	581	582	583	585	588	593	600	612	630	656	696	751	827
014	580	581	581	582	584	586	590	596	606	620	642	675	722
012	580	580	581	582	582	583	585	587	592	599	610	626	651
010	580	580	580	580	580	581	582	583	585	588	592	599	610
0,009	580	580	580	580	580	581	581	582	583	584	587	591	597
	7,9	8,1	8,3	8,5	8,7	8,9	9,1	9,3	9,5	9,7	9,9	10,1	10,3
0,12	4,241	4,435	4,628	4,815	4,996	5,167	5,326	5,468	5,593	5,699	5,787	5,863	5,909
11	4,040	4,236	4,432	4,624	4,812	4,996	5,168	5,329	5,474	5,601	5,709	5,801	5,878
10	3,819	4,017	4,215	4,410	4,603	4,792	4,975	5,150	5,314	5,463	5,593	5,705	5,799
09	3,577	3,775	3,974	4,171	4,367	4,560	4,751	4,937	5,113	5,279	5,433	5,568	5,684
08	3,111	3,310	3,509	3,709	3,908	4,105	4,302	4,496	4,687	4,875	5,053	5,225	5,383
07	2,997	3,197	3,396	3,595	3,794	3,992	4,189	4,384	4,576	4,766	4,950	5,125	5,287
06	2,638	2,838	3,038	3,237	3,436	3,635	3,833	4,035	4,228	4,423	4,614	4,800	4,979
05	2,219	2,419	2,618	2,818	3,017	3,217	3,416	3,615	3,813	4,011	4,206	4,400	4,589
04	1,711	1,910	2,109	2,309	2,508	2,708	2,908	3,107	3,306	3,505	3,703	3,900	4,096
036	1,475	1,662	1,871	2,071	2,270	2,470	2,669	2,869	3,068	3,267	3,466	3,663	3,860
032	1,212	1,408	1,606	1,805	2,004	2,203	2,403	2,602	2,801	3,001	3,200	3,399	3,596
028	0,922	1,115	1,310	1,507	1,705	1,904	2,103	2,303	2,502	2,701	2,901	3,099	3,299
024	0,600	0,784	0,974	1,167	1,363	1,561	1,759	1,958	2,157	2,357	2,556	2,755	2,954
020	0,255	0,420	0,596	0,780	0,970	1,163	1,359	1,557	1,755	1,954	2,153	2,353	2,551
018	0,082	0,229	0,392	0,566	0,749	0,938	1,131	1,327	1,524	1,722	1,921	2,120	2,320
016	1,926	0,045	0,187	0,346	0,517	0,698	0,896	1,078	1,273	1,470	1,668	1,866	2,065
014	1,788	1,875	1,984	0,116	0,267	0,432	0,609	0,794	0,984	1,178	1,374	1,571	1,770
012	1,689	741	814	1,909	0,025	0,164	0,320	490	670	0,857	1,048	1,243	1,439
010	1,627	653	691	742	818	1,914	0,031	170	327	498	0,678	0,865	1,057
0,009	1,608	624	647	681	732	801	1,889	0,009	146	291	458		

III. CALCUL DE MODÈLES D'ATMOSPHÈRES PROFONDEUR RELATIVE D'UNE RAIE POUR L'ENSEMBLE DU DISQUE

Calcul de la profondeur relative d'une raie pour l'ensemble du disque stellaire

Rappelons d'abord que la profondeur optique moyenne se calcule numériquement par l'équation :

$$\bar{\tau} = \frac{1}{g \cdot \log_{10} e} \int_{-\infty}^{\log p} (\bar{\kappa} + \sigma) p d \log p \quad (III_1)$$

dans laquelle, la profondeur optique et la température sont liées par :

$$T^4 = \frac{3}{4} T_e^4 \left[\bar{\tau} + q(\bar{\tau}) \right]$$

où T_e est la température effective et $q(\bar{\tau})$ la fonction de HOPF [16] dont les valeurs les plus exactes ont été données par KOURGANOFF [17].

Les profondeurs optiques τ et $\tau(\Delta\lambda)$ dans le continu et dans une raie sont données par l'équation (III₁) où $(\bar{\kappa} + \sigma)$ est remplacé respectivement par $(\kappa + \sigma)$ et $\kappa(\Delta\lambda)$.

Dans ce qui suit, nous choisirons des modèles donnant, à priori, des raies en légère émission et pouvant s'appliquer aux naines blanches qui semblent présenter de tels spectres et dont l'étoile AC + 70°8247 est le type. Cette étoile a été étudiée au point de vue théorique par S. VERWEY [18] dans son étude sur l'effet Stark dans les raies de Balmer. Cet auteur aboutit à la conclusion que la raie H_γ présente une absorption marquée dans les modèles étudiés, mais que cette absorption décroît à mesure que la température augmente. Pour 25.000°, le contour théorique indique encore une absorption très nette pour des gravités superficielles de 10^9 et 10^{10} .

Nous avons effectué un essai préliminaire sur le modèle $T_0 = 42.000^\circ$, $\log g = 9$ qui nous a donné la raie H_γ toujours en absorption. Il faut donc, compte tenu des gravités énormes qui règnent à la surface des naines blanches, introduire des modèles à température nettement plus élevée puisque les températures plus basses donnent des raies en absorption.

Le contour d'une raie s'obtient en faisant la différence $(F - F_v)$ entre le flux provenant du fond continu voisin de la raie et le flux provenant de la raie considérée. Or :

$$\frac{F - F_v}{2\pi} = \int_0^1 (I - I_v) \mu d\mu \quad (III_2)$$

où I et I_v sont les intensités spécifiques, en un point du disque, du voisinage de la raie et de la raie elle-même, avec :

$$\mu = \cos \theta$$

Dans ce chapitre, l'indice v sera appliqué aux divers coefficients relatifs à la raie d'absorption. L'intensité spécifique en un point du disque fait intervenir la fonction-source par la relation :

$$I = \int_0^\infty S e^{-\frac{\tau}{\mu}} \frac{d\tau}{\mu}$$

où S est la fonction-source et τ la profondeur optique du continu au voisinage de la raie.

Enfin la fonction-source elle-même s'obtient à l'aide de l'intensité spécifique moyenne et de la fonction de Planck par la relation :

$$S = \lambda B + (1 - \lambda) \bar{I} \quad (III_3)$$

avec :

$$\lambda = \frac{\kappa}{\kappa + \sigma}$$

Finalement, la relation (III₂) s'écrit compte tenu de la relation (III₃) :

$$\frac{F - F_v}{2\pi} = \int_0^1 \int_0^\infty S e^{-\frac{\tau}{\mu}} d\tau d\mu - \int_0^1 \int_0^\infty S_v e^{-\frac{(\tau + \tau_v)}{\mu}} d(\tau + \tau_v) d\mu \quad (III_4)$$

où S_v s'écrit :

$$S_v = \frac{(\kappa + \kappa_v) B + \sigma \bar{I}_v}{\kappa + \kappa_v + \sigma}$$

Nous pouvons ramener cette intégrale double à une intégrale simple, en intégrant une première fois sur μ et en remarquant que :

$$\int_0^1 e^{-\frac{\tau}{\mu}} \frac{d\mu}{\mu} = \int_1^\infty e^{-\tau x} \frac{dx}{x^2} = K_2(\tau) \quad (III_5)$$

(III₄) devient alors :

$$\frac{F - F_v}{2\pi} = \int_0^\infty S K_2(\tau) d\tau - \int_0^\infty S_v K_2(\tau + \tau_v) d(\tau + \tau_v) \quad (III_6)$$

La fonction $K_2(\tau)$ a été calculée par KOURGANOFF [19] et G. PLACZEK [32].

Le calcul montre que les deux intégrales du second membre de (III₄) sont très voisines, leur différence ne vaut pas parfois le dixième de l'une d'elles. Afin de faciliter le calcul, nous allons transformer, par un changement de variable, l'équation (III₄) qu'on peut écrire :

$$\frac{F - F_v}{2\pi} = \int_0^\infty S K_2(u) du - \int_0^\infty S_v K_2(u) du$$

en faisant respectivement dans chaque intégrale les changements de variables :

$$\tau = u \quad \text{et} \quad \tau + \tau_v = u$$

Ayant introduit une variable unique dans les deux intégrales, nous avons :

$$\frac{F - F_v}{2\pi} = \int_0^\infty (S - S_v) K_2(u) du \quad (III_7)$$

Il suffit alors de calculer les différences $S - S_v$ pour les mêmes valeurs de la variable et (III₇) peut s'intégrer numériquement sans difficulté.

Calcul de l'intensité spécifique moyenne

En principe le calcul de l'intensité spécifique moyenne $\bar{T}$ se fait par itération au moyen des tables de STRÖMGREN [20] en calculant :

$$\bar{T}_i = h_1 S_i(\tau_1) + h_2 S_i(\tau_2) + h_3 S_i(\tau_3) + h_4 S_i(\tau_4) \quad (III_8)$$

où S est la fonction-source :

$$S_i = \frac{\sigma}{\kappa + \sigma} \bar{T}_{i-1} + \frac{\kappa}{\kappa + \sigma} B \quad (III_9)$$

et $h_1 \dots$ les poids correspondants à $\tau_1 \dots$

Dans le tableau VIII, on présente les résultats de trois itérations successives sur le modèle $T = 500.000^\circ$, $\log g = 8,3$, point situé dans la raie H_γ à $50 \text{ \AA}$ du centre.

D'après ce tableau, on remarque qu'après les trois itérations, la quantité $\bar{T}_3$ ne diffère pas de 1 % de $\bar{T}_1$ à la surface. Pour les τ croissants cette différence, déjà très petite à la surface, décroît très vite. Une différence aussi faible ne peut pas avoir d'effet sensible si on confond $\bar{T}_1$ avec $\bar{T}$. Cela tient à ce que la température varie très peu dans la région superficielle de la photosphère où se produisent les phénomènes recherchés.

Considérons maintenant la relation (III₈) où on fait $i = 1$, on a :

$$\bar{T}_1 = h_1 S(\tau_1) + h_2 S(\tau_2) + h_3 S(\tau_3) + h_4 S(\tau_4)$$

Nous pouvons simplifier encore cette relation sans apporter de modifications ayant des incidences sur les applications ultérieures. On remarque, en effet, que la fonction $B(T)$ ne varie que de quelques % au plus dans le domaine de formation des raies que nous étudions. Par exemple, dans le modèle du tableau VIII $B(T)$ varie de 3 %. Nous pouvons donc aller jusqu'à confondre, en première approximation, la fonction de Planck avec sa valeur à la surface et écrire :

$$\bar{T}_{1,0} = h_1 B(O) + h_2 B(O) + \dots$$

ou :

$$\bar{T}_{1,0} = B(O) \sum h \quad (III_{10})$$

avec :

$$\sum h = h_1(\tau) + h_2(\tau) + \dots$$

Il suffit alors de tabuler la fonction $\sum h(\tau)$, qu'on trouvera au tableau IX pour calculer $\bar{T}_{1,0}$.

Dans le tableau VIII, la colonne 8 donne les valeurs des écarts relatifs $(\bar{T}_3 - \bar{T}_{1,0}) / \bar{T}_3$ en %. On voit que ce pourcentage est minimum près de la surface à partir de laquelle il croît lentement à mesure qu'on s'enfonce, et que pour $\tau = 1,0$, il vaut 3,52 %. Mais il convient

de remarquer que dans la formule donnant $(F-F_v)$ le coefficient $\bar{T}$ n'a de l'importance qu'au VOISINAGE IMMÉDIAT DE LA SURFACE.

En effet, on a :

$$\frac{F-F_v}{2\pi} = \int_0^\infty \frac{x B + \sigma \bar{T}}{x + \sigma} K_2(\tau) d\tau - \int_0^\infty \frac{x + x_v B + \sigma \bar{T}_v}{x + x_v + \sigma} K_2(\tau + \tau_v) d(\tau + \tau_v)$$

Chaque intégrale est formée de deux termes, l'un contenant l'intensité moyenne $\bar{T}$, l'autre la fonction de Planck B. L'importance relative de ces deux termes, c'est-à-dire le rapport $\sigma \bar{T} / x B$ est inscrit dans les colonnes 10 et 11 du tableau XI respectivement pour le continu et pour la raie de 50 Å du centre.

On voit donc que le coefficient $\bar{T}$ n'a une importance prépondérante qu'à l'extrême voisinage de la surface et que son importance décroît très vite en profondeur. On est sûr qu'en calculant $\bar{T}$ selon la formule approximative (III₁₀), on approche le résultat exact à mieux que 2 % près. Ce procédé de calcul est donc légitime dans le domaine d'approximation de ce travail et nous l'avons utilisé pour calculer tous les $\bar{T}$, après avoir considéré les écarts très faibles entre l'application de la formule simplifiée (III₁₀) et l'application des itérations successives par la relation (III₈).

TABLEAU VIII

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
τ	$\bar{I}_1$	$\bar{I}_2$	$\bar{I}_3$	$S_1 - S_2$	$S_2 - S_3$	$\bar{I}_{1,0}$	$\frac{\bar{I}_2 - \bar{I}_{1,0}}{\bar{I}_3}$	$\bar{I}_2 - \bar{I}_{1,0}$	$\frac{\sigma \bar{T}}{x B}$	$\frac{\sigma \bar{T}_v}{(x + x_v) B}$
0,0	0,036619	0,036230	0,036215	0,000312	0,000012	0,035726	1,35 %	0,000489	2,055	1,983
1	46682	45442	45409	106	3	45672	0,58	263	0,061	0,045
2	52222	51495	51465	44	2	50945	1,01	520	0,049	0,034
3	56175	55543	55517	32	1	54660	1,54	857	42	25
4	59205	58689	58667	23	1	57518	1,96	1149	38	23
6	63574	63211	63197	14	1	61520	2,65	1677	34	21
8	66571	66306	66297	9	0	64249	3,09	2048	30	20
1,0	68709	68552	68546	5	0	66135	3,52	2411	27	18

TABLEAU IX $\Sigma h(\tau)$

τ	$\Sigma h(\tau)$	τ	$\Sigma h(\tau)$
0,0	0,5	1,2	0,9444
1	6392	1,4	9580
2	7130	1,6	9685
3	7650	1,8	9756
4	8050	2,0	9812
6	8610	2,2	9856
8	8992	2,4	9888
1,0	9256	2,6	9913
		3,0	9947

Modèles calculés

On a rassemblé et résumé dans les tableaux ci-dessous quelques-uns des modèles qu'on a calculés en vue de l'étude de la raie H_γ . Ces modèles sont indiqués par la fonction de la température $\theta_0 = 5.040 / T_0$ et le logarithme de la gravité. Sauf pour les deux derniers modèles, les colonnes donnent :

- le logarithme de la pression totale p ,
- la fonction θ ,
- le logarithme du coefficient d'absorption moyen augmenté du coefficient de diffusion $\log (\bar{\kappa} + \sigma)$,
- la profondeur optique moyenne, $\bar{\tau}$,
- le logarithme du coefficient d'absorption monochromatique dans le continu au voisinage de la raie, $\log \kappa$,
- le logarithme du coefficient d'absorption au centre de la raie, $\log \kappa_v$,
- les fonctions-sources S et S_v dans le continu au voisinage de la raie et dans la raie,
- enfin, une table de la fonction $(S-S_v)K_2(u)$.

Dans les deux derniers modèles, correspondant à des valeurs de θ ou $\log g$ très différentes de celles des autres modèles, nous donnons le contour de H_γ . On notera que cette raie, très large et peu accusée, est en absorption dans ces modèles. La figure 2 donne en fonction de la profondeur géométrique h la variation des principaux coefficients définissant la photosphère dans le modèle $\theta_0 = 0,12 \log = 9$.

On donne ensuite (fig. 3) le diagramme $\log p$, $\log (\bar{\kappa} + \sigma)$ où est tracé le réseau des courbes à θ constant. Ce diagramme permet de choisir les modèles les plus favorables à l'apparition des raies en émission.

TABLEAU X

$\theta_0 = 0,05$			$\log g = 8,3$			Raie H_γ			
$\log p$	θ	$\bar{\tau}$	$\log \kappa$	$\log \kappa_v$	$\log(\bar{\kappa} + \sigma)$	S	S_v	u	$(S - S_v) K_2(u)$
5,3	0,05	0,0000	0,7545	2,0812	1,901	0,011985	0,012446	0	-0,000461
4	0,05	0001	0,8545	1146	1,959	12153	12450	0,003	224
5	0,05	0003	0,9545	1479	0,016	12219	12453	007	154
6	0,04999	0006	1,0543	1810	085	12272	12457	02	74
7	4999	0011	1,1542	2144	153	12318	12463	04	33
8	4997	0017	1,2538	2473	230	12356	12468	0765	0
9	4995	0027	1,3533	2803	306	12390	12476	0,10	+0,000013
6,0	4993	0041	1,4529	3132	390	12419	12485	12	19
1	4988	0063	1,5520	3456	472	12449	12496	16	31
2	4982	0097	1,6504	3777	560	12483	12519	25	45
3	4972	0150	1,7482	4091	644	12523	12548	4	52
4	4958	0229	1,8451	4398	730	12571	12588	6	53
5	4936	0354	1,9401	4688	813	12646	12657	8	51
6	4903	0542	2,0326	4957	894	12747	12753	1,2	41
7	4866	0833	2,1241	5217	0,970	12865	12868	1,6	31
8	4787	1269	2,2058	5394	1,028	13117	13119	2,0	23
6,9	4693	1922	2,2837	5537	1,078	13422	13424	3,0	9

TABLEAU XI

$\theta_0 = 0,02$			$\log g = 8,7$			Raie H_γ			
$\log p$	θ	$\bar{\tau}$	$\log \kappa$	$\log \kappa_v$	$\log(\bar{\kappa} + \sigma)$	S	S_v	u	$(S - S_v) K_2(u)$
5,4	0,02	0,0000	1,84117	1,28360	1,583	0,028428	0,034216	0	-0,005742
6	0,02	0001	0,04117	1,35027	585	30121	34284	0,001	2886
8	0,019998	0003	24117	41693	588	31476	34342	004	1505
6,0	19996	0006	44117	48360	592	32495	34381	01	940
2	19992	0011	64117	55027	599	33015	34425	02	457
4	19986	0018	84117	61693	610	33734	34471	04	256
6	19976	0031	1,04117	68360	626	34082	34519	0,10	130
8	19962	0052	24117	75027	650	34288	34565	20	25
7,0	19934	0088	44117	81693	686	34520	34630	26	0
2	19893	0144	64117	88360	735	34675	34712	40	+0,0000183
4	19822	0244	84117	95027	800	34854	34861	80	229
6	19702	0413	2,04117	2,01693	884	35088	35088	1,4	143
								1,8	97
								2,5	42

TABLEAU XII

$\theta_0 = 0,01$			$\log g = 8,3$			Raie H_γ			
$\log p$	θ	$\bar{\tau}$	$\log \kappa$	$\log \kappa_v$	$\log(\bar{\kappa} + \sigma)$	S	S_v	u	$(S - S_v) K_2(u)$
5,4	0,01	0,0000	2,9766	0,698	1,580	0,04357	0,06899	0	-0,02542
6	0,009997	0003	1,300	795	580	4858	6965	0,002	1435
8	9994	0007	472	885	580	5210	7008	004	1069
6,0	9985	0014	680	956	580	5599	7039	01	574
2	9976	0024	863	1,000	581	6017	7063	02	314
4	9960	0041	0,069	030	581	6375	7100	04	166
6	9936	0068	275	079	582	6661	7143	10	51
8	9903	0111	469	136	584	6880	7189	172	0
7,0	9855	0180	664	200	585	7055	7240	20	+0,000080
2	9787	0289	856	270	588	7216	7291	40	292
4	9690	0464	1,044	335	593	7350	7340	80	235
6	9552	0747	1,230	403	599	7480	7400	1,5	115
8	9357	1208	1,406	433	607	7700	7700	2,0	65
								3,0	21

TABLEAU XIII

$\theta_0 = 0,05$			$\log g = 11$		Contour de H_γ	
$\log p$	θ	$\bar{\tau}$	$(\bar{\kappa} + \sigma)$	$\log \kappa$		
6,5	0,05	0,0000	0,842	1,95342	$\Delta \lambda \text{ \AA}$	$\int_0^\infty [S - S(\Delta \lambda)] K_2(u) du$
6	0,05	0001	0,938	2,05342		
7	0,04999	0002	1,034	15320		
8	4998	0003	1,130	25300		
9	4998	0006	227	35300	0	+0,000070300
7,0	4995	0010	324	45235	10	69747
1	4992	0016	420	55167	20	69521
2	4987	0025	517	65060	30	68740
3	4980	0040	612	74907	40	68392
4	4969	0064	706	84667	50	67496
5	4955	0101	798	94360		
6	4932	0158	887	3,03855		
7	4905	0246	1,972	13260		
8	4865	0381	2,051	22380		

TABLEAU XIV

$\theta_0 = 0,12$		$\log g = 9$	
$\log p$	θ	$\bar{\tau}$	$\log(\bar{\kappa} + \sigma)$
5,3	0,12	0,000	1,653
4	1197	003	1,747
5	1193	007	1,838
6	1187	013	1,925
7	1179	023	2,009
8	1169	037	2,087
9	1155	059	2,159
6,0	1137	091	2,223
1	1115	137	2,277
2	1089	203	2,321
3	1058	292	2,353
4	1025	412	2,378
5	0988	571	2,394

TABLEAU XIV bis

$\theta_0 = 0,12$		$\log g = 9$	
Contour de H_γ			
$\Delta \lambda \text{ \AA}$		$\frac{F - F(\Delta \lambda)}{2 \pi}$	
0		+0,18894	
10		12970	
20		12048	
30		10970	
40		9775	
50		8608	

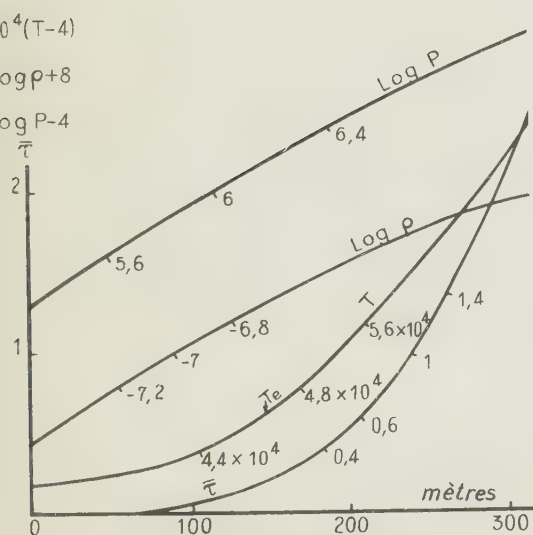


FIG. 2. — Variation de la pression, de la densité, de la température et de la profondeur optique en fonction de la profondeur géométrique dans une naine blanche définie par : $\log g = 9$, $T_0 = 42.000^\circ$.

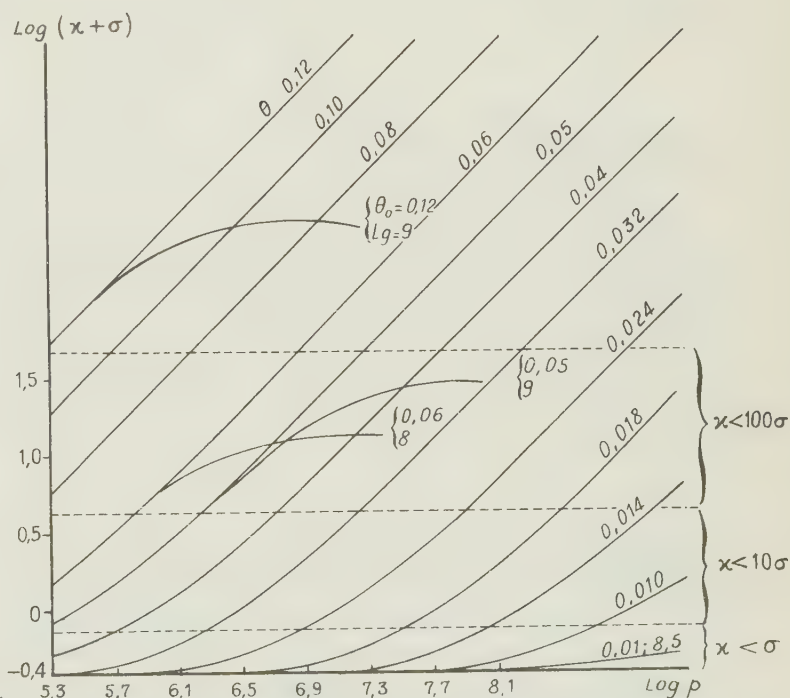


FIG. 3. — Modèles d'atmosphères de naines blanches. Variation de $(\bar{\kappa} + \sigma)$ en fonction de la pression.

IV. DÉTERMINATIONS THÉORIQUES DES RÉGIONS DU DIAGRAMME DE HERTZSPRUNG-RUSSELL OU LE SPECTRE DES NAINES BLANCHES PRÉSENTE LE CENTRE DES RAIES $H\beta$ ET $H\gamma$ EN ÉMISSION OU ABSORPTION

Considérations préliminaires

Nous allons grouper les résultats obtenus dans les modèles étudiés au chapitre précédent et en déduire une relation gravité-température telle que :

$$\frac{F - F_v}{F} = 0$$

Puis, à partir de cette relation nous tracerons dans le diagramme $(T, \log g)$ les courbes donnant :

$$\frac{F - F_v}{F} = \text{Cte}$$

Ces résultats une fois établis, nous utiliserons la relation Masse-Rayon pour placer les étoiles ainsi déterminées dans le diagramme de Hertzsprung-Russell.

Les différents paramètres définissant la structure superficielle d'une étoile sont au nombre de cinq : Ce sont : la gravité g , la masse M , le rayon R , la puissance rayonnée ou luminosité L et la température effective T_e . Si l'on peut écrire quatre équations reliant ces paramètres, on peut expliciter chacun d'eux en fonction d'un seul, puis par la mesure de ce dernier, connaître tous les autres. En général, il n'en est pas ainsi. La théorie ne nous fournit immédiatement que deux relations entre ces cinq paramètres, ce sont d'abord l'équation donnant la gravité en fonction de la masse et du rayon :

$$g = G \frac{M}{R^2} \quad (\text{IV}_1)$$

ensuite l'équation donnant la luminosité en fonction de la température :

$$L = 4 \pi R^2 \sigma T_e^4 \quad (\text{IV}_2)$$

Ces relations sont applicables, en général, à toutes les étoiles. La relation Masse-luminosité et la position dans le diagramme de Hertzsprung-Russell fournissent deux autres équations qui nous renseignent complètement sur les étoiles.

Dans le cas des naines blanches, la relation Masse-luminosité n'est pas applicable, et la position de ces astres est très dispersée dans le diagramme de Hertzsprung-Russell. Il reste donc deux paramètres indéterminés, que la relation Masse-rayon de CHANDRASEKHAR [21] applicable aux étoiles à matière dégénérée, c'est-à-dire aux naines blanches, réduit finalement à un.

Les caractères spectraux des naines blanches se prêtent mal comme critère entre deux ou plusieurs des cinq paramètres. Nous allons essayer de dégager de nos modèles une loi entre la gravité, la température superficielle et la profondeur relative d'une raie. Comme nous essayons d'expliquer les spectres en légère émission, nous formerons une loi valable pour les raies au voisinage de l'évanouissement, c'est-à-dire depuis une légère absorption jusqu'à une légère émission.

Aliure générale des fonctions (F-F_v)

Ainsi que nous l'avons vu, la profondeur relative d'une raie est donnée par :

$$\frac{F - F_v}{F} = \frac{\int_0^{\infty} (S - S_v) K_2(u) du}{\int_0^{\infty} S K_2(u) du} \quad (\text{IV}_3)$$

Les fonctions $(S - S_v)K_2(u)$ sont négatives au voisinage de l'origine, elles deviennent positives pour des valeurs de la variable, généralement comprises entre 0,1 et 0,2 et passent par un maximum avant de tendre vers 0. La valeur numérique de l'intégrale :

$$\frac{F - F_v}{2\pi} = \int_0^{\infty} (S - S_v) K_2(u) du \quad (\text{IV}_3 \text{ bis})$$

est donc la différence de deux termes, dont l'un au voisinage de l'origine est négatif et donne la contribution à l'émission, et l'autre positif et donne la contribution à l'absorption. Soit u_0 la valeur de u pour laquelle $(F - F_v)/F$ s'annule et posons :

$$R = \frac{-\int_0^{u_0} (S - S_v) K_2(u) du}{\int_{u_0}^{\infty} (S - S_v) K_2(u) du} \quad (\text{IV}_4)$$

Pour les températures inférieures à 100.000° et les gravités de 10^7 à 10^9 , la contribution à l'émission est négligeable. Elle est négligeable aussi quelque soit la température, dès que la gravité dépasse 10^{10} , ainsi que le montrent les tableaux du chapitre précédent. C'est dans les intervalles $10^5 < T < 5.10^5$ et $8 < \log g < 10$ que les contributions à l'émission et à l'absorption sont comparables. Il faut donc rechercher nos modèles de naines blanches dans ces intervalles, Il convient de souligner dès maintenant que les phénomènes

d'émission recherchés sont très petits et tout juste accessibles aux mesures spectrophotométriques. Les tableaux XV et XVI groupent quelques résultats relatifs à $H\beta$ et $H\gamma$.

TABLEAU XV

Raie $H\beta$

$(F - F_v)/F$ en %			
θ_0 log g	0,01	0,02	0,05
9,0			+3,1807
8,3	+0,4696		
7,5	-1,3965	+0,9090	
7,0		+0,9169	+3,0682

TABLEAU XVI

Raie $H\gamma$

$(F - F_v)/F$ en %			
θ_0 log g	0,01	0,02	0,05
9,2		-0,0146	
8,7		-0,0832	
8,3	+0,2444		+1,084
8,0			+1,3777
7,5	-1,3106		
7,0			+1,4746

Etude des rapports R

Nous allons établir une loi $g(T)$ donnant les $(F-F_v)/F = 0$ pour $H\beta$ et $H\gamma$, puis nous étendrons cette loi aux domaines où $(F-F_v)/F = \text{Cte}$. Nous allons considérer pour cela les valeurs du rapport R donné par l'équation (IV₄). Lorsque ce rapport R est égal à 1 on a pour le modèle et la raie étudiée $(F-F_v)/F = 0$.

Pour une température donnée, le rapport R varie avec la gravité. Portons sur un diagramme, en abscisse log g et en ordonnée les quantités R (log g). Nous remarquons que pour une température donnée les courbes R (log g) se confondent presque avec des droites. Ces droites coupent l'ordonnée R = 1 en un point qui nous donne la gravité pour laquelle $(F-F_v)/F = 0$. Nous avons ainsi un moyen de trouver les modèles (T, g) de naines blanches intermédiaires entre les naines blanches à raies d'absorption et celles à raies d'émission.

Les droites R (log g) dépendent de la température. Ecrivons d'abord les équations de ces droites ; équations valables seulement dans le domaine pouvant donner des modèles acceptables.

Nous trouvons pour la raie $H\beta$:

$$\begin{aligned}
 R &= -0,044 \log g + 0,39 && \text{pour } \theta_0 = 0,05 \\
 R &= -0,230 \log g + 2,27 && \text{pour } \theta_0 = 0,02 \\
 R &= -1,37 \log g + 12,07 && \text{pour } \theta_0 = 0,01
 \end{aligned}$$

Puis, pour la raie H_γ :

$$R = -0,088 \log g + 0,774 \quad \text{pour } \theta_0 = 0,05$$

$$R = -0,598 \log g + 6,624 \quad \text{pour } \theta_0 = 0,02$$

$$R = -2,475 \log g + 21,309 \quad \text{pour } \theta_0 = 0,01$$

On peut obtenir facilement la loi de variation du coefficient angulaire et de l'ordonnée à l'origine de ces droites en fonction de la température. En effet, si l'on écrit ces droites sous la forme générale :

$$R = a \log g + b \quad (\text{IV})$$

et si l'on considère d'abord le diagramme ($\text{arc tg } a, \theta_0$) pour chacune des raies H_γ et H_β , on remarque que les courbes $\text{arc tg } a (\theta_0)$ relatives à H_β et H_γ sont bien représentées, surtout dans la région $0,01 < \theta_0 < 0,02$ par deux droites parallèles. Quant aux rapports b/a , ils restent voisins et les valeurs intermédiaires s'interpolent facilement. Le tableau XVII donne les résultats :

TABLEAU XVII

H_γ			H_β	
T	$\text{arc tg } a$	b/a	$\text{arc tg } a$	b/a
500.000	68°8	- 8,80	53°8	-8,87
450.000	60 5	- 9,40	45 0	-9,15
400.000	52 6	-10,12	37 0	-9,46
350.000	45 0	-10,70	28 6	-9,74
300.000	37 4	-11,04	20 2	-9,87
250.000	29 5	-11,08	12 0	-9,89
200.000	21,4	-10,55	6 5	-9,68

Le tableau donne les coefficients des droites $R = a \log g + b$.

On peut donc tracer le réseau des droites à températures constantes :

$$R = a(T) \log g + b(T) \quad (\text{IV})$$

Cette équation représente une surface réglée dans l'espace des R, g, T . Cette surface est un conoïde, car les droites génératrices sont contenues dans les plans à T constants. L'intersection de cette surface par les plans à R constants détermine les courbes $g(T)$ pour lesquelles R est donné. Ces droites admettent une enveloppe qui n'a d'autre signification que de délimiter la région où l'on peut rencontrer les modèles recherchés.

A l'aide de ces droites, il est facile de construire dans le plan $(\log, g \ T)$ le réseau des courbes à R constants.

Réseau des courbes $(F-F_v) / F = Cte$

Les tableaux précédents ne nous apportent pas encore les valeurs de ce que nous recherchons, ils nous donnent seulement, dans le diagramme $(T, \log g)$ le lieu des points où :

$$\frac{F-F_v}{F} = 0$$

ce lieu est indiqué par la courbe $R = 1$. Ailleurs nous avons seulement les valeurs relatives de la partie émissive voisine de la surface par rapport à la partie absorbante.

Nous allons maintenant déterminer dans le même diagramme $(T, \log g)$ les courbes :

$$\frac{F-F_v}{F} = \text{Constante.}$$

Pour cela reportons-nous aux tableaux XV et XVI et procédant comme pour déterminer les droites $R = a \log g + b$, nous allons pour une température donnée, considérer comme linéaire, dans le domaine de nos modèles la variation du rapport $(F-F_v)/F$, et écrire pour chaque température l'équation des droites :

$$\frac{F-F_v}{F} = A \log g + B \quad (IV_6)$$

ce qui donne pour H_γ :

$$\begin{aligned} p &= 1,936 \log g - 15,83 && \text{pour } \theta_o = 0,01 \\ p &= 0,137 \log g - 1,28 && \text{pour } \theta_o = 0,02 \\ p &= -0,308 \log g + 3,64 && \text{pour } \theta_o = 0,05 \end{aligned}$$

puis, pour H_β :

$$\begin{aligned} p &= 2,334 \log g - 18,90 && \text{pour } \theta_o = 0,01 \\ p &= -0,016 \log g + 1,04 && \text{pour } \theta_o = 0,02 \\ p &= 0,057 \log g + 2,67 && \text{pour } \theta_o = 0,05 \end{aligned}$$

Dans ces équations, nous écrivons :

$$p = 100 \frac{F-F_v}{F}$$

Travaillons d'abord sur la raie H_γ . Il est à remarquer que la loi de variation de $\arctg A$ et de B est presque linéaire en fonction de T . Les $\arctg A$ sont donnés dans la troisième colonne du tableau XVIII. On en déduit alors un faisceau de droites (IV) qui fournit dans le diagramme $(T, \log g)$ le pourcentage de l'émission ou de l'absorption :

$$p = 100 \frac{F-F_v}{F}$$

Comme pour le réseau de droites donnant le rapport R , il s'agit encore d'un conoïde dans l'espace des p , T , $\log g$, et la section de ce conoïde par les plans $p = \text{cte}$ fournit les modèles à $(F-F_V)/F$ donnée.

La section de ce conoïde par le plan $p = 0$ donne les modèles à raies H_γ évanouies, et le résultat doit se raccorder avec les valeurs trouvées par la section, par le plan $R = 1$, du conoïde de la famille des droites (IV).

En fait, les sections ne se raccordent pas tout à fait. Cela s'explique par les interpolations qu'on a faites à partir de nos modèles. Il convient donc de modifier légèrement nos courbes d'interpolation pour retrouver des résultats identiques. Remarquons pour cela que les valeurs calculées $(F-F_V)/F$ sont le résultat de différences de quantités presque égales ; une petite erreur sur l'une de ces quantités entraîne une erreur plus grande sur $(F-F_V)/F$. Il semble que le résultat établi avec les droites (IV₄), où nous rappelons que R est défini par l'équation (IV) soit plus exact ; le rapport des deux termes positifs et négatifs de l'intégrale (IVbis) se prête mieux au calcul que leur différence.

Pour rendre égales les deux relations :

$$0 = A(T) \log g + B(T)$$

tirée de (IV₆) et :

$$1 = a(T) \log g + b(T)$$

tirée de (IV₅),

il suffit d'une modification minime des valeurs de A . Ces nouvelles valeurs A_1 sont indiquées dans la quatrième colonne du tableau XVIII. L'examen de ce tableau montre que la différence : $\text{arc tg } A_1 - \text{arc tg } A$ n'atteint jamais 5° .

TABLEAU XVIII

T	B	arc tg A	arc tg A ₁	arc tg A ₁ - arc tg A
500.000	-15,83	62°7	62°7	0°
450.000	-12,40	51,0	55	4
400.000	- 9,15	39,5	44	4,5
350.000	- 6,20	28,5	33	4,5
300.000	- 3,60	18,0	20	2
250.000	- 1,28	8,0	8	0

Le tableau donne les coefficients du réseau des droites $p = A(T) \log g + B(T)$.

A l'aide de la nouvelle équation :

$$p = A_1 \log g + B$$

on établit alors un nouveau réseau de droites à T constant. Le résultat est contenu dans le tableau XIX qui donne, dans le diagramme $(T, \log g)$, le pourcentage p . (Figure 4).

TABLEAU XIX

		log g (Rair H _γ)					
T P %	500.000	450.000	400.000	350.000	300.000	250.000	200.000
+0,4	8,37	9,09	9,75				
+0,2	8,27	8,94	9,54	10,00	10,20	10,03	
0,0	8,17	8,80	9,34	9,69	9,78	9,34	8,00
-0,2	8,06	8,66	9,13	9,37	9,21	7,80	
-0,4	7,96	8,52	8,93	9,05	8,68	6,31	
-0,6	7,86	8,38	8,73	8,74	8,14		
-0,8	7,76	8,23	8,52	8,42	7,59		
-1,0	7,65	8,09	8,32	8,12	7,07		

Les tableaux donnent log g pour différentes valeurs de la température et de $(F-F_v)/F$ en % pour H_γ et H_β.

On voit que p reste petit, et dans le domaine étudié, il reste à peu près compris entre 0 et -1 %. Tel est l'ordre de grandeur du phénomène émissif auquel il faut s'attendre dans les raies H_γ des spectres de naines blanches à très haute température.

La raie H_β se prête moins bien à cette étude. L'étude des droites :

$$p = A \log g + B$$

appliquée à cette raie ne permet pas d'interpolations aussi simples que dans le cas de H_γ. Toutefois une étude calquée sur celle de H_γ conduit au tableau XX qui montre que la raie H_β est moins favorable à l'émission que la raie H_γ.

TABLEAU XX

		log g (Raie H _β)				
$\begin{matrix} T \\ p \% \end{matrix}$		500.000	450.000	400.000	350.000	300.000
+1,0		8,56	8,75	8,92	9,16	9,74
0,8		8,47	8,64	8,76	8,90	9,23
0,6		8,39	8,52	8,60	8,63	8,70
0,4		8,30	8,41	8,43	8,37	8,17
+0,2		8,21	8,30	8,27	8,10	7,64
0,0		8,13	8,18	8,11	7,84	7,11
-0,2		8,04	8,07	7,94	7,57	6,59
-0,4		7,96	7,96	7,78	7,30	6,07

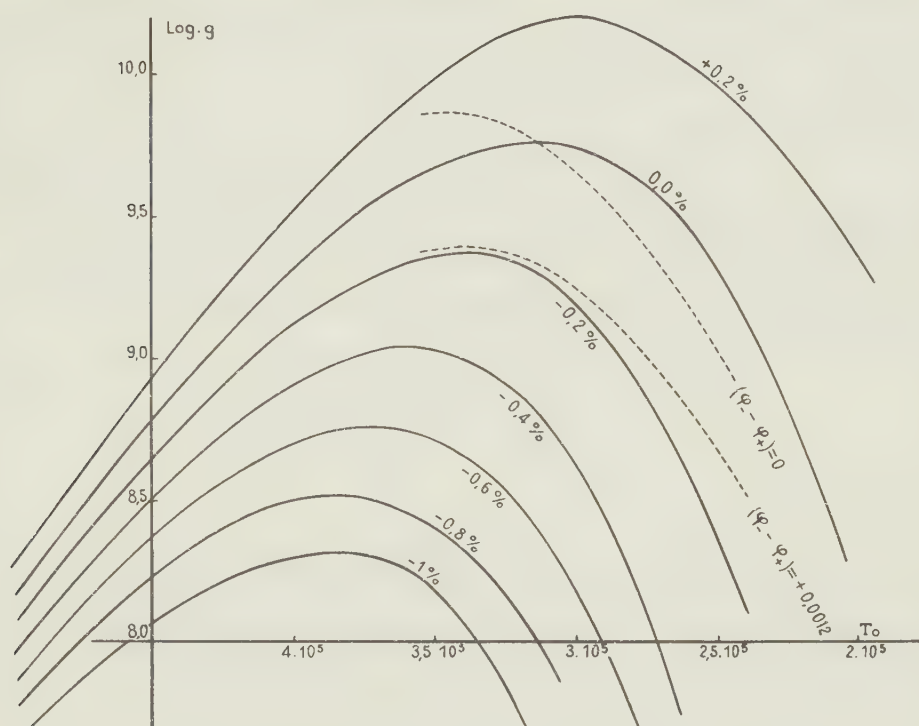


FIG. 4. — Intensité au centre de $H\gamma$ en %.
Ailes de pentes égales : $(\varphi_+ - \varphi_-) = \text{Cte.}$ -----

Relations entre les masses, les rayons, les températures et les magnitudes photovisuelles

On voit donc que le spectre continu des naines blanches s'explique en faisant appel aux températures élevées et que l'effet ne peut avoir lieu que dans un intervalle assez étroit.

Nous allons traduire ces résultats dans le diagramme de Hertzsprung-Russell, par le procédé suivant :

1) Nous calculerons la Correction bolométrique dont nous aurons à faire usage aux températures étudiées ;

2) Nous écrirons l'équation de rayonnement (IV₂) ci-dessus

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_e^4 = 4\pi G \frac{M}{g} \sigma T_e^4$$

3) Nous utiliserons la relation :

$$\log g = g(T) \quad (IV_7)$$

qui sépare dans le plan (g, T) les régions d'émission et d'absorption. La luminosité L est donc seulement fonction de la masse M de l'étoile et de sa température effective T_e (ou superficielle T_0) :

$$L = L(M, T_e)$$

4) La relation Masse-rayon de CHANDRASEKHAR [21] applicable aux naines blanches, améliorée par les travaux de RUDKJØBING [22] et SCHATZMAN [23], est aussi une relation masse-gravité qui se transforme en une relation masse-température si on lui applique la fonction (IV₇). Donc M est seulement fonction de la température $M = M(T)$, et en définitive, la luminosité L est aussi fonction seulement de la température.

Les astres que nous étudions étant à très haute température, la magnitude mesurée est la magnitude photovisuelle, très éloignée de la magnitude bolométrique. Nous allons donc calculer la correction bolométrique pour les températures très élevées.

Si l'on considère l'intervalle de fréquence (ν_1, ν_2) qui contribue seul à l'impression photovisuelle, la correction bolométrique s'écrit :

$$C.B. = 2,5 \log \frac{\int_{\nu_1}^{\nu_2} \frac{2 h \nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT}-1} d\nu}{B} + Cte \quad (IV_8)$$

L'intervalle d'intégration et la constante ne sont pas indépendants. Ils sont tels que le résultat doit se raccorder avec les valeurs de la correction bolométrique adoptées pour les températures plus basses. Ces valeurs sont celles de KUIPER [24].

Intégrons l'équation (IV₈) entre $0,4 \mu$ et $0,6 \mu$. Dans cet intervalle les plus grandes valeurs de $h\nu/kT$ pour 100.000° sont 0,35 et 0,20, on peut donc écrire :

$$e^{h\nu/kT}-1 \simeq h\nu/kT$$

et on a :

$$\int_{\nu_1}^{\nu_2} \frac{2 h \nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT}-1} d\nu = \frac{2kT}{c^2} \int_{\nu_1}^{\nu_2} \nu^2 d\nu = \frac{2kT}{c^2} \left[\frac{\nu^3}{3} \right]_{\nu_1}^{\nu_2}$$

la correction bolométrique devient alors :

$$C. B. = 2,5 \log \frac{10 h^3}{\pi^4 k^3} \cdot \frac{1}{T^3} (\nu_2^3 - \nu_1^3) + Cte$$

Tous calculs faits, on trouve :

$$C. B. = + 3,549 + 7,5 \log \theta_e + Cte. \quad (IV_9)$$

Pour déterminer la constante, comparons l'équation (IV₉) avec les valeurs de la correction bolométrique établies par KUIPER.

TABLEAU XXI

valeurs de Kuiper								équation (IV ₉)	
log T	4,36	4,40	4,50	4,60	4,70	4,80	4,90	5,0	5,1
C.B.	-2,48	-2,70	-3,24	-3,8	-4,3	-4,9	-5,6	-6,2	-6,95

Le tableau XXI montre que la table de KUIPER et l'équation (IV₉) où on a fait $C_e = 0$ se raccordent exactement ; on peut donc écrire :

$$C. B. = 3,549 + 7,5 \log \theta_e$$

Mais dans cette équation θ_e est liée à la température effective et dans nos modèles nous considérons la température superficielle liée à θ_o . Or on a :

$$\theta_e = \frac{\theta_o}{1,233}$$

ce qui donne finalement :

$$C. B. = 2,867 + 7,5 \log \theta_o \quad (IV_{10})$$

Ecrivons maintenant l'équation de rayonnement d'une étoile :

$$\log L^* = 2 \log R^* + 4 \log T_e \quad (IV_{11})$$

avec :

$$L^* = \frac{L}{L_o} \quad \text{etc...}$$

Cette équation devient par l'intermédiaire de $g = GM/R^2$

$$\log L^* = 0,15 + \log M^* - \log g^* - 4 \log \theta_o \quad (IV_{12})$$

D'autre part, par application de (IV₁₀), on a entre les magnitudes absolues photo-visuelles et bolométriques :

$$M_{pv} = M_b - C. B. = M_b - 2,90 - 7,5 \log \theta_o \quad (IV_{13})$$

Or, la luminosité L^* s'écrit aussi :

$$\log L^* = \frac{M_{b0} - M_b}{2,5} \quad (IV_{14})$$

où M_{b0} est la magnitude absolue bolométrique du Soleil égale d'après BAIZE et ROMANI [25] à 4,77. Les équations (IV₁₂), (IV₁₃) et (IV₁₄) donnent finalement :

$$M_{pv} = 1,50 + 2,5 \log \frac{\theta_o g^*}{M^*} = -9,60 + 2,5 \log \frac{g \theta_o}{M^*} \quad (IV_{15})$$

Dans cette équation le rapport des masses $M^* = M/M_o$ est fourni par la relation Masse-Rayon applicable aux étoiles à matière dégénérée [21] ; ou, ce qui revient au même, par la relation Masse-Gravité, par l'intermédiaire de $g = GM/R^2$. La relation Masse-rayon de CHANDRASEKHAR a été récemment améliorée par RUDKJØBING [22] et par SCHATZMAN [23]. Nous allons appliquer les corrections introduites par ces deux auteurs à la relation de CHANDRASEKHAR et en déduire une nouvelle loi $M(R)$.

Si l'on désigne par M_s^* , M_r^* et M_c^* puis R_s^* , R_r^* , R_c^* les masses et les rayons déduits des relations de Schatzman, Rudkjøbing et Chandrasekhar respectivement, nous admettrons que les corrections à apporter à M_c^* (R_c^*) sont :

$$\Delta \log M^* = \log \frac{M_s^* M_r^*}{M_c^{*2}}$$

$$\Delta \log R^* = \log \frac{R_s^* R_r^*}{R_c^{*2}}$$

pour les valeurs d'un même paramètre qui sera par exemple : M_c^* . On en déduit alors le tableau XXII pour la relation Masse-Gravité.

TABLEAU XXII

log g	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5	10
log M^*	-0,751	-0,492	-0,275	-0,104	-0,014	+0,027	+0,016

L'équation (IV₁₅) résoud finalement le problème en nous donnant, en fonction d'une seule variable, toutes les quantités recherchées. Prenons la température comme variable, la gravité que nous venons de relier à la température est donnée par les tables XIX et XX pour les raies H_γ et H_β . Les masses fournies par la relation Masse-Gravité sont donc aussi fonction de la température, et par suite la magnitude photovisuelle est elle-même uniquement fonction de la température.

Nous pouvons alors former le tableau XXIII qui donne, pour diverses profondeurs au centre de la raie H_γ , en fonction de la température, les quantités suivantes : la température effective, la gravité, la masse, le rayon, la densité moyenne et la magnitude photovisuelle. Les dernières lignes donnent les résultats pour le contour de H_γ « aplati », au sens que nous donnerons à cette expression dans le chapitre suivant.

On notera que les masses s'écartent très peu de celles du Soleil, ce qui est en parfait accord avec ce que l'on sait par ailleurs des naines blanches. Les températures effectives, pour lesquelles la raie H_γ présente les phénomènes étudiés, sont comprises entre 300.000 et 500.000 degrés ; les rayons stellaires, un peu plus petits que ceux des naines blanches classiques 40 Eri B et Sirius B, sont du même ordre que ceux calculés par d'autres auteurs pour des naines blanches à spectre continu [1].

Les magnitudes absolues photovisuelles semblent être à la limite de ce que l'on observe. En réalité, la concordance avec les données de l'observation est bonne. En effet, selon LUYTEN [26], il existe une séquence de naines blanches grossièrement parallèle à la série principale, cette séquence part de la magnitude absolue 20, pour des indices de couleur voisins de 1, et se prolonge jusqu'aux magnitudes 9 à 10, pour des indices de couleur voisins de -1 .

Traçons cette séquence dans le diagramme de Hertzsprung-Russell pour trois valeurs voisines de la masse, auxquelles correspondent les rayons et les gravités du tableau ci-dessous :

La relation entre les magnitudes absolues bolométriques, les températures effectives et les rayons pour une étoile et le Soleil s'écrit :

$$M_b - M_\odot = 10 \log \frac{T_{e\odot}}{T_e} + 5 \log \frac{R_\odot}{R}$$

ou

$$M_{pv} = 10 \log \frac{T_{e\odot}}{T_e} + 5 \log \frac{R_\odot}{R} + M_{b\odot} + C. B.$$

où C. B. est la correction bolométrique donnée par KUIPER [24].

Le tableau XXV donne trois branches de la séquence des naines blanches correspondant aux trois masses choisies.

TABLEAU XXIII

T_0 en 10^5		4,5	4,0	3,5	3,0	2,5	2,0
$\log T_e$		5,74	5,69	5,64	5,57	5,49	5,39
+0,2 %	$\log g$	8,94	9,54	10,00	10,20	10,02	
	$\log M^*$	-0,02	+0,03	0,02	0,01	0,01	
	$\log R^*$	-2,26	-2,53	-2,77	-2,88	-2,78	
	$\log \bar{\rho}$	6,91	7,77	8,48	8,79	8,51	
	M_{pv}	7,91	9,42	10,74	11,44	11,15	
0,0 %	$\log g$	8,80	9,34	9,69	9,78	9,34	8,00
	$\log M^*$	-0,04	+0,02	0,03	0,03	0,02	-0,27
	$\log R^*$	-2,20	-2,44	-2,61	-2,65	-2,44	-1,92
	$\log \bar{\rho}$	6,71	7,53	8,01	8,13	7,53	5,64
	M_{pv}	7,61	8,94	9,94	10,34	9,45	7,07
-0,2 %	$\log g$	8,66	9,13	9,37	9,21	7,80	
	$\log M^*$	-0,07	0,00	+0,02	0,01	-0,35	
	$\log R^*$	-2,15	-2,34	-2,45	-2,38	-1,86	
	$\log \bar{\rho}$	6,53	7,17	7,52	7,30	5,38	
	M_{pv}	7,34	8,47	9,17	8,96	6,53	
H_γ évanouie	$\log g$		(9,6)	9,88	9,70	9,09	
	$\log M^*$		+0,03	0,03	0,03	0,00	
	$\log R^*$		-2,57	-2,71	-2,62	-2,33	
	$\log \bar{\rho}$		7,89	8,31	8,04	7,14	
	M_{pv}		9,57	10,42	10,14	8,88	

TABLEAU XXIV

$\log M^*$	-0,1	0,0	0,03
$\log R^*$	-2,08	-2,33	-2,63
$\log g$	8,5	9,1	9,7

TABLEAU XXV

	$\log T_e$	3,76	4,5	5	5,3	5,5
	C.B.	0	-3,24	-6,20	-8,45	-9,95
$\log M^* = -0,10$	M_{pv}	15,23	11,07	9,03	8,28	7,78
$\log M^* = 0,00$	M_{pv}	16,48	12,32	10,28	9,53	9,03
$\log M^* = 0,03$	M_{pv}	17,98	13,82	11,78	11,03	10,53

On peut grouper ces résultats dans le diagramme ($\log T_e, M_{pv}$) (Figure 5). On y trouve le résultat inscrit dans le tableau XXV pour les trois branches de la séquence des naines blanches et celui inscrit dans le tableau XXIII pour les naines blanches que nous étudions. Les courbes à intensité centrale constante au centre de H_γ ont la forme de paraboles à concavité dirigée vers le haut ; les branches de gauche correspondent aux températures plus élevées ; elles coupent les branches de la séquence des naines blanches en des points qui déterminent, dans cette séquence, la profondeur au centre de H_γ . On obtient alors le tableau XXVI pour les intersections avec les branches paraboliques correspondant aux températures moins élevées.

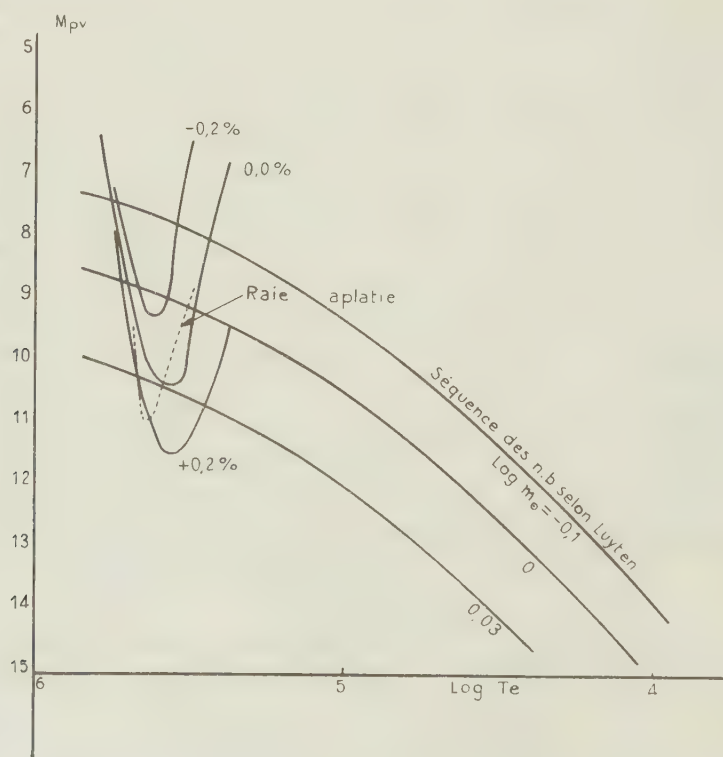
FIG. 5. — Diagramme de Hertzsprung-Russell. Intensité au centre de H_γ .

TABLEAU XXVI

	$\log M^*$	-0,1	0	+0,03
	$\log R^*$	-2,08	-2,33	-2,63
	$\log g$	8,50	9,10	9,70
+0,2 %	$\log T_e$	5,28	5,35	5,44
	M_{pv}	8,25	9,32	10,69
0,0 %	$\log T_e$	5,42	5,46	5,55
	M_{pv}	7,95	9,10	10,30
-0,2 %	$\log T_e$	5,52	5,56	
	M_{pv}	7,74	8,90	
Raie H_γ	$\log T_e$	5,44	5,53	5,58
évanouie	M_{pv}	7,92	9,03	10,35

Le tableau XXVII donne les valeurs limites du rayon, de la masse, de la magnitude absolue photovisuelle, de la gravité et de la densité moyenne correspondant au minimum des branches paraboliques.

TABLEAU XXVII

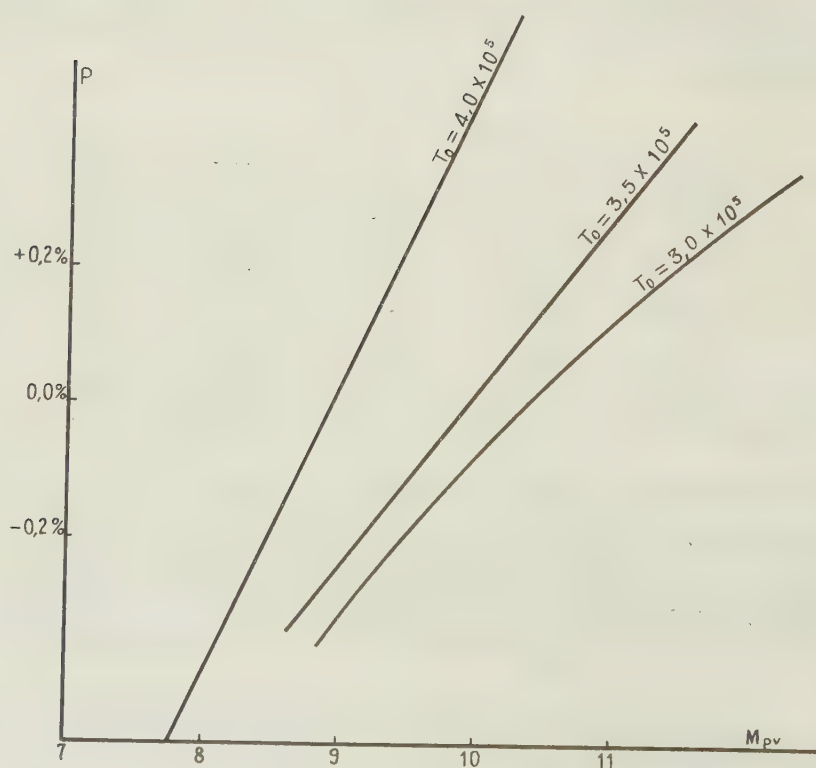
	$\log M^*$	$\log R^*$	$\log g$	M_{pv}	$\log T_e$	$\log \bar{\rho}$
+0,2 %	+0,01	-2,88	10,21	11,44	5,56	8,79
0,0 %	+0,03	-2,66	9,78	10,34	5,59	8,13
-0,2 %	+0,02	-2,46	9,38	9,26	5,62	7,52
H_γ évanouie	+0,03	-2,72	9,88	10,45	5,63	8,31

En terminant ce chapitre, il n'est pas inutile de considérer le diagramme (p , M_{pv}) où p est le pourcentage de l'émission ou de l'absorption au centre de H_γ . Ces quantités, en supposant la parallaxe de l'étoile connue, sont les seules que l'observation puisse nous fournir avec le moins d'ambiguïté. On peut lire sur ce diagramme la température superficielle en fonction de l'intensité au centre de H_γ et de la magnitude absolue photovisuelle (Figure 6).

La raie H_β ne présente pas d'émission pour les magnitudes observées des naines blanches. Les calculs effectués sur cette raie, à partir de la table des Gravités-Températures XX, nous ont montré qu'il faut s'attendre, dans nos modèles, à trouver H_β en absorption (1 %) selon le tableau suivant. (Tableau XXVIII).

TABLEAU XXVIII

1 %	$\log T_e$	5,74	5,69	5,64	5,57
	$T_0 \text{ en } 10^5$	4,5	4,0	3,5	3,0
	$\log g$	8,75	8,92	9,16	9,74
	$\log M^*$	-0,05	-0,02	+0,01	+0,03
	$\log R^*$	-2,18	-2,25	-2,36	-2,63
	$\log \bar{\rho}$	6,65	6,88	7,24	8,07
	M_{pv}	7,51	7,74	8,62	10,34

FIG. 6. — Raie $H\gamma$. Intensité au centre en fonction de M_{pv} et T_0 .

V. ETUDE DES AILES DE LA RAIE H_γ *Exposé de la méthode*

L'étude précédente nous a permis de situer, dans le diagramme température-gravité, les naines blanches présentant une émission ou une absorption donnée au centre des raies H_β et H_γ . On a obtenu une loi :

$$\log g = g(T)$$

donnant pour ces deux raies :

$$\frac{F - F_v}{2\pi} = \text{Cte}$$

Mais le contour observé d'une raie peut modifier considérablement l'apparence du phénomène, surtout dans les cas aussi difficiles à observer que ceux des naines blanches. L'élargissement des raies dû à l'effet Stark intermoléculaire prend une grande importance dans les atmosphères stellaires à forte pression. Plusieurs auteurs : VERWEY [18], SCHATZMAN [11], ont étudié l'élargissement des raies dans le spectre des naines blanches ; le contour des raies dans les étoiles à température très élevée a été étudié, entre autre, par Anne B. UNDERHILL [33] et M. RUDKJØBING [34].

Nous allons étendre nos calculs précédents au contour de la raie H_γ et voir dans quelle mesure les contours peuvent avoir une importance vis-à-vis du centre. Nous en concluerons ce que l'observation est en mesure de pouvoir nous confirmer.

L'équation :

$$\frac{F - F(\Delta\lambda)}{F} = \frac{\int_0^\infty [S - S(\Delta\lambda)] K_2(u) du}{F} \quad (V_1)$$

peut se calculer pour différentes distances du centre de la raie. On a vu que la quantité sous le signe somme :

$$\frac{d[F - F(\Delta\lambda)]}{du} = [S - S(\Delta\lambda)] K_2(u) \quad (V_2)$$

est négative au voisinage de $u = 0$, puis s'annule pour passer par un maximum positif et tendre ensuite vers 0 à mesure que u croît.

On peut donc écrire comme on l'a vu déjà :

$$\frac{F - F(\Delta\lambda)}{F} = \frac{\int_0^{u_0} [S - S(\Delta\lambda)] K_2(u) du}{F} + \frac{\int_{u_0}^\infty [S - S(\Delta\lambda)] K_2(u) du}{F}$$

Pour simplifier l'écriture, écrivons cette dernière relation sous la forme :

$$\frac{F - F(\Delta\lambda)}{F} = \Phi_-(\Delta\lambda) + \Phi_+(\Delta\lambda) \quad (V_3)$$

avec

$$\Phi_{-}(\Delta\lambda) = \frac{\int_0^{u_0} [S-S(\Delta\lambda)] K_2(u) du}{F}$$

etc...

$\Delta\lambda$ étant en Å, la distance du point étudié au centre de la raie.

La fonction $\Phi_{-}(\Delta\lambda)$ est toujours négative et la fonction $\Phi_{+}(\Delta\lambda)$ toujours positive. Comme elles tendent vers 0 avec $1/\Delta\lambda$, il en résulte que Φ_{-} est croissante et Φ_{+} décroissante. De plus le calcul montre que ces fonctions sont assez bien représentées par des droites, sans l'intervalle $0 < \Delta\lambda < 50$ Å. Nous pouvons donc écrire, en première approximation :

$$\frac{d\Phi_{-}}{d\Delta\lambda} = \varphi_{-} \quad ; \quad \frac{d\Phi_{+}}{d\Delta\lambda} = -\varphi_{+} \quad (V_4)$$

et

$$\Phi_{-} = \varphi_{-} \cdot \Delta\lambda - \Psi_{-} \quad ; \quad \Phi_{+} = -\varphi_{+} \cdot \Delta\lambda + \Psi_{+} \quad (V_5)$$

Les constantes φ_{-} et φ_{+} , Ψ_{-} et Ψ_{+} dépendent du modèle étudié. Au voisinage du centre le contour de la raie est donné par :

$$\Phi(\Delta\lambda) = \Phi_{-} + \Phi_{+} = (\varphi_{-} - \varphi_{+}) \Delta\lambda + \Psi_{+} - \Psi_{-} \quad (V_6)$$

Pour les valeurs supérieures de $\Delta\lambda$ les fonctions Φ_{-} et Φ_{+} tendent rapidement vers 0, il en est de même de leur somme. Nous verrons qu'au delà de $\Delta\lambda = 100$ Å le contour se confond assez vite avec le spectre continu.

Discussion

Une rapide discussion des conditions initiales dans l'équation (V) va nous montrer les différents cas possibles. (Figure 7).

I. $(\varphi_{-} - \varphi_{+}) > 0$ La fonction Φ est croissante.

a) $(\Psi_{+} - \Psi_{-}) > 0$. Le centre est en absorption et l'aile présente une absorption encore plus marquée. Le centre est en « ÉMISSION RELATIVE ».

b) $(\Psi_{+} - \Psi_{-}) < 0$. Le centre est en émission ; Φ étant croissante l'aile tend vers le fond continu.

II. $(\varphi_{-} - \varphi_{+}) < 0$ La fonction Φ est décroissante.

a) $(\Psi_{+} - \Psi_{-}) > 0$. Le centre est en absorption, l'aile tend vers le fond continu.

b) $(\Psi_{+} - \Psi_{-}) < 0$. Le centre est en émission. L'aile est en émission encore plus marquée. Le centre est en « ABSORPTION RELATIVE ».

III. $(\varphi_{-} - \varphi_{+}) \simeq 0$ Φ est à peu près constante.

si $(\Psi_{+} - \Psi_{-}) > 0$ raie très élargie en absorption.

si $(\Psi_{+} - \Psi_{-}) < 0$ raie très élargie en émission.

Le cas III ci-dessus peut nous fournir des contours à émission ou absorption relatives, car Φ_- et Φ_+ sont linéaires en $\Delta\lambda$, seulement en première approximation.

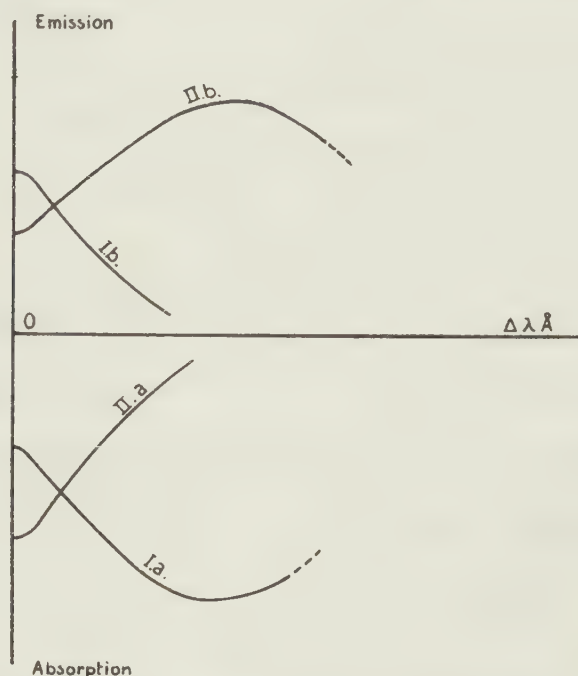


FIG. 7. — Différents profils possibles de $H\gamma$ dans le spectre des naines blanches.

Résultats numériques

On a calculé le contour de $H\gamma$ pour plusieurs modèles d'atmosphères, nous avons utilisé les coefficients d'absorption calculés pour les ailes au chapitre II et procédé à différents $\Delta\lambda$ comme pour le centre des raies.

L'étude des fonctions $\Psi_+ - \Psi_- = [F - F(0)]/F$ a été effectuée au chapitre précédent. Celle des fonctions φ_- et φ_+ a été faite de la façon suivante : on calcule $\Phi_-(0)$, $\Phi_-(40)$ puis $\Phi_+(0)$ et $\Phi_+(40)$ et on a :

$$\varphi_- = \frac{-\Phi_-(0) + \Phi_-(40)}{40} \quad \text{et} \quad \varphi_+ = \frac{\Phi_+(0) - \Phi_+(40)}{40}$$

le contour est ainsi obtenu en calculant seulement deux points de celui-ci ; on peut alors repérer les modèles susceptibles de fournir un contour donné. Nous avons mené nos calculs en essayant de rechercher dans le diagramme $(\log g, T)$ la courbe :

$$\varphi_- - \varphi_+ = 0 \quad (V_7)$$

Les modèles suivants ont été étudiés .

Les astérisques indiquent les modèles où le calcul complet du contour a été fait. Nous allons passer en revue les résultats en procédant par température décroissante.

TABLEAU XXIX RAIE H_γ

θ_0	0,01	0,015	0,02
$\log g$	8,3*	9,8 10,0* 10,15	9,2* 9,05* 8,7

$$\theta_0 = 0,01$$

$$\log g = 8,3$$

Nous n'avons calculé qu'un modèle à cette température. On a trouvé :

$$\varphi_- = 0,0119$$

$$\psi_- = 0,8280 \%$$

$$\varphi_- - \varphi_+ = -0,0008 < 0$$

$$\psi_+ - \psi_- = 0,2526 > 0$$

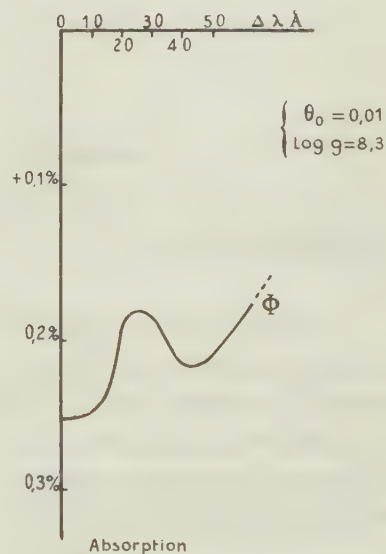
$$\varphi_+ = 0,0127$$

$$\psi_+ = 1,0806 \%$$

On est dans le cas II. a), le centre est en absorption avec aile tendant vers 0. Le coefficient $\varphi_- - \varphi_+$ étant petit, la raie est à la fois peu intense et très large. Le tableau XXX donne le contour complet (voir Figure 8).

TABLEAU XXX

Raie H_γ $\theta_0 = 0,01$ $\log g = 8,3$			
$\Delta\lambda \text{ \AA}$	Φ_- en %	Φ_+ en %	Φ en %
0	- 0,8280 %	+ 1,0806 %	+ 0,2527 %
10	7030	0,9502	2473
20	5993	7854	1861
30	4650	6543	1893
40	3508	5723	2214
50	2851	4938	2087

FIG. 8. — Profil de H_γ .

On note que le contour (4^e colonne) présente une émission relative vers $\Delta\lambda = 25 \text{ \AA}$. Cette émission relative très légère n'affecte que très peu le contour global de la raie. On obtient une demi-largeur équivalente de $70 \text{ \AA}$.

$$\theta_0 = 0,015$$

$$1) \log g = 9,8$$

On a obtenu :

$$\varphi_- = 0,000740$$

$$\psi_- = 0,15027 \%$$

$$\varphi_- - \varphi_+ = + 0,000492 > 0$$

$$\psi_+ - \psi_- = -0,02194 \%$$

$$\varphi_+ = 0,000248$$

$$\psi_+ = 0,12833$$

On est dans le cas I. b). La raie est très aplatie et très large, le centre est en émission et l'aile tend vers le fond continu. La valeur de la légère émission au centre est conforme à celle déduite de la figure 4.

$$2) \log g = 10,0$$

On trouve :

$$\varphi_- = 0,000507$$

$$\Psi_- = 0,10296 \%$$

$$\varphi_- - \varphi_+ = + 0,000240 > 0$$

$$\Psi_+ - \Psi_- = + 0,02194 > 0$$

$$\varphi_+ = 0,000267$$

$$\Psi_+ = 0,12567$$

On est dans le cas I. a). Le tableau XXXI donne le résultat du contour.

TABLEAU XXXI

Raie H γ $\theta_0 = 0,015 \log g = 10,0$			
$\Delta \lambda \text{ \AA}$	$\Phi_- \text{ en } \%$	$\Phi_+ \text{ en } \%$	$\Phi \text{ en } \%$
0	- 0,10296 %	+ 0,12567 %	+ 0,02271 %
10	10112	12674	02562
20	9575	12483	02908
30	8948	12031	03083
40	8266	11490	03224
50	7500	10865	03365

L'absorption croît dans l'aile avant de tendre vers 0. Le centre est en légère « ÉMISSION RELATIVE ». Les calculs ont été faits jusqu'à $\Delta \lambda = 50 \text{ \AA}$, mais une extrapolation permet de montrer que la demi-largeur équivalente est de l'ordre de $100 \text{ \AA}$.

3) $\log g = 10,15$. Essayant de trouver des raies « complètement évanouies » (spectre continu, où $\varphi_- - \varphi_+ = 0$) on a calculé le contour pour ce modèle qui diffère très peu du précédent.

$$\varphi_- = 0,000405$$

$$\Psi_- = 0,08783 \%$$

$$\varphi_- - \varphi_+ = + 0,000273 > 0$$

$$\Psi_+ - \Psi_- = + 0,02357 > 0$$

$$\varphi_+ = 0,000132$$

$$\Psi_+ = 0,11140$$

Même conclusion que pour le modèle précédent (cas I. a).

Remarquons que le résultat sur la valeur de $\Psi_+ - \Psi_- = [F - F(0)]/F$ confirme, pour les modèles effectués à cette température, ce qu'on a observé au chapitre précédent, en partant de températures différentes. En particulier, on remarque combien les valeurs sont faibles sur d'assez grands intervalles de $\log g$. Le réseau des courbes $(F - F_v)/F = \text{Cte}$ est en effet moins serré pour cette température que pour les autres températures où nous avons travaillé.

$$\theta_0 \text{ 0,02} \quad 1) \log g = 9,2$$

Les résultats obtenus sont les suivants :

$$\varphi_- = 0,00060$$

$$\Psi_- = 0,129 \%$$

$$\varphi_- - \varphi_+ = - 0,00035 < 0$$

$$\Psi_+ - \Psi_- = - 0,007 < 0$$

$$\varphi_+ = 0,00095$$

$$\Psi_+ = 0,122$$

On est dans le cas II. b). Le centre est en émission, l'aile augmente cet effet. Le centre est donc en « ABSORPTION RELATIVE », le maximum d'émission a lieu vers $\Delta\lambda = 40 \text{ \AA}$. Le tableau XXXII donne le contour calculé.

TABLEAU XXXII

Raie H _γ $\theta_0 = 0,02 \log g = 9,2$			
$\Delta\lambda \text{ \AA}$	$\Phi_- \text{ en } \%$	$\Phi_+ \text{ en } \%$	$\Phi \text{ en } \%$
0	- 0,1294 %	+ 0,1221 %	- 0,0073 %
10	1215	1103	0112
20	1183	1025	0158
30	1115	923	0192
40	1040	842	0198
50	940	756	0184
60	845	672	0173

2) $\log g = 8,7$

On trouve pour ce modèle :

$$\varphi_- = 0,0031$$

$$\Psi_- = 0,286 \%$$

$$\varphi_- - \varphi_+ = + 0,0013 > 0$$

$$\Psi_+ - \Psi_- = 0,070 < 0$$

$$\varphi_+ = 0,0018$$

$$\Psi_+ = 0,216$$

On est dans le cas I. b). Le centre est en émission, conformément à ce qu'on déduit du chapitre précédent. L'aile de la raie tend vers le fond continu. La demi-largeur équivalente est voisine de 20 $\text{\AA}$.

3) $\log g = 9.05$.

Comme lors de l'étude de la température précédente, on a recherché le modèle qui donne $\varphi_- - \varphi_+ = 0$. Par interpolation, nous avons choisi celui-ci qui a donné :

$$\varphi_- = 0,0016$$

$$\Psi_- = 0,152 \%$$

$$\varphi_- - \varphi_+ = 0,0000$$

$$\Psi_+ - \Psi_- = + 0,027 > 0$$

$$\varphi_+ = 0,0016$$

$$\Psi_+ = 0,179$$

En principe, on se trouve en présence d'une raie « complètement aplatie ». Le calcul est résumé dans le tableau XXXIII.

Le contour est en absorption, mais l'aile de la raie présente une émission relative marquée pour $\Delta\lambda = 10 \text{ \AA}$, l'aile s'étend assez loin et passe par un maximum d'intensité vers $\Delta\lambda = 60 \text{ \AA}$.

Des résultats obtenus sur les différents modèles calculés, on déduit que dans la région du diagramme Température-Gravité où on trouve les modèles à émission très nette on doit s'attendre à des contours simples, c'est-à-dire à des ailes de raies qui tendent rapidement vers le fond continu du spectre. Par contre, dans les régions de ce diagramme où on trouve les modèles à absorption, on doit trouver des ailes de raies donnant une émission relative assez nette, accusant l'absorption centrale.

TABLEAU XXXIII

Raie H_γ $\theta_0 = 0,02 \log g = 9,05$			
$\Delta \lambda \text{ \AA}$	$\Phi_- \text{ en } \%$	$\Phi_+ \text{ en } \%$	$\Phi \text{ en } \%$
0	- 0,1523 %	+ 0,1794 %	+ 0,0271 %
10	1417	1440	0023
20	1202	1335	0133
30	999	1221	0222
40	873	1130	0257
50	709	998	0289
60	530	865	0335
100	112	370	0258
110			0208 (1)
120			0120 (1)

(1) Valeurs extrapolées.

Contour de la raie H_γ dans le diagramme (T , $\log g$)

Les résultats obtenus dans l'étude des contours vont nous permettre de préciser dans le diagramme (T , $\log g$), l'allure du contour de la raie H_γ .

Reprenons l'équation (V_6) du présent chapitre :

Cette équation nous donne le contour de la raie jusque vers 50 Å du centre ; ce contour dépend des fonctions φ et Ψ . La première intéressant l'aile de la raie, la seconde donnant l'intensité au centre.

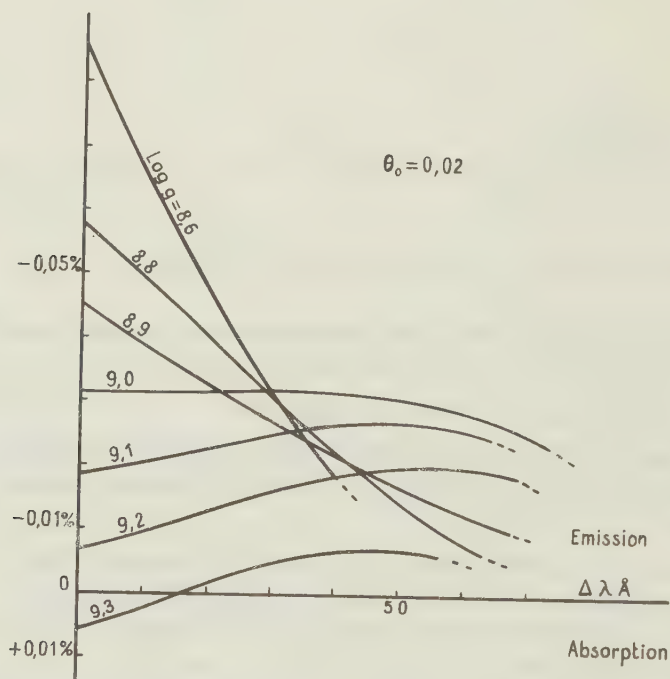
Nous avons étudié, au paragraphe précédent, les contours pour deux valeurs de θ_0 (0,02 et 0,015). Considérons d'abord la température définie par $\theta_0 = 0,02$. Les valeurs ($\varphi_- - \varphi_+$) déduites des modèles étudiés, et les ($\Psi_+ - \Psi_-$) déduits de la figure 4 et des autres modèles calculés nous permettent d'écrire le tableau suivant :

Ce tableau donne pour différents $\log g$ les coefficients ($\varphi_- - \varphi_+$) et ($\Psi_+ - \Psi_-$) de l'équation (V_6) et permet de dessiner, pour cette température, les différentes formes de raies à diverses gravités. La figure 9 reproduit le résultat.

On remarque bien l'évolution de la raie sur la figure. A mesure que la gravité croît la raie s'aplatit et s'élargit conformément à ce que permet de prévoir l'effet Stark intermoléculaire. Pour les gravités les plus faibles, le contour est en émission simple avec aile tendant vers 0. Puis à mesure que g croît l'aile s'amplifie pour donner, à partir de $\log g = 9$, une émission plus forte que le centre ; au delà de $\log g = 9,3$, le centre devient lui-même en absorption, mais l'aile reste en émission marquée. Le contour change de forme pour ($\varphi_- - \varphi_+$) = 0 ou $\log g = 9$.

TABLEAU XXXIV $\theta_0 = 0,02$

$\log g$	$\varphi_- - \varphi_+$	$\psi_+ - \psi_- \%$
8,6	+ 0,00018	- 0,085
8,7	00013	070
8,8	00009	058
8,9	00006	045
9,0	00000	032
9,1	- 0,00002	019
9,2	00003	- 0,007
9,3	00004	+ 0,005

FIG. 9. — Contours de $H\gamma$ pour diverses gravités à 250.000° .

Considérons maintenant la température définie par $\theta_0 = 0,015$. Nous avons étudié trois modèles de cette température, groupons-les dans le tableau XXXV.

Les $\Psi_+ - \Psi_-$ ainsi calculés correspondent assez bien aux valeurs interpolées et transcrites sur la figure 4. Toutefois, afin d'avoir une concordance parfaite entre ces valeurs calculées et celles interpolées, nous avons intérêt à modifier légèrement les gravités que nous récrivons dans la dernière ligne du tableau XXXV. Par interpolation on arrive alors au tableau XXXVI analogue au tableau XXXIV.

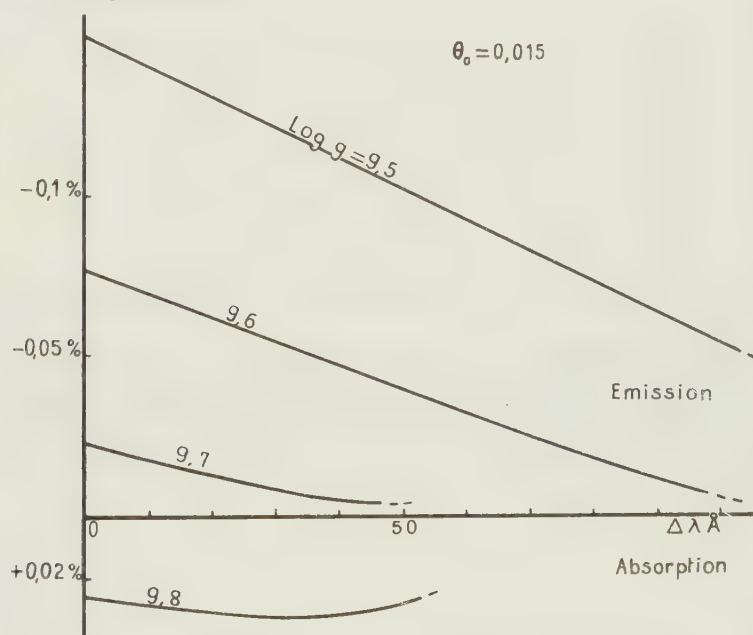
TABLEAU XXXV

log g	9,8	10,0	10,15
$(\varphi_- - \varphi_+)$	+ 0,000492	+ 0,000240	+ 0,000273
$(\psi_+ - \psi_-) \%$	- 0,0219	+ 0,0227	+ 0,0236
log g (modifiée)	9,8	9,8	9,9

TABLEAU XXXVI

log g	9,5	9,6	9,7
$100(\varphi_- - \varphi_+)$	+ 0,097	+ 0,074	+ 0,022
$\psi_+ - \psi_- \%$	- 0,150	- 0,076	+ 0,026

Ce tableau conduit à la figure 10 qui représente les différents contours de H_γ pour différentes gravités à $\theta_0 = 0,015$.

FIG. 10. — Contours de H_γ pour diverses gravités à 330.000°.

L'allure de la raie est la même que celle étudiée à la température précédente. Toutefois quelques remarques s'imposent. D'abord la famille de raies est moins dense que dans le cas précédent, ensuite et surtout les ailes sont plus étendues, ce fait est dû à la gravité plus élevée. Enfin, nous remarquons que les contours tendent vers le fond continu du spectre

tant que le centre est en émission, mais l'aile contribue à une légère émission relative dans la partie absorption. Cette émission relative cesse pour $\log g = 9,85$. Nous remarquons que, pour ces deux températures, le lieu des points où l'émission s'annule dans le diagramme Température-Gravité est très voisin du lieu des points où l'émission au centre s'annule. On remarque en outre à l'examen de ces contours que la zone où le centre est en émission donne des profils simples, c'est-à-dire des raies dont l'aile tend vite vers le fond continu. La zone où le centre de la raie est en absorption donne des ailes accusant l'effet au centre.

A l'aide des tableaux XXXIV et XXXVI, on peut tracer les courbes $(\varphi_- - \varphi_+)$ en fonction de la gravité pour $\theta_0 = 0,02$ et $\theta_0 = 0,015$. Cela permet de former le tableau XXXVII qui donne, pour les températures définies ci-dessus, les gravités correspondant à des $(\varphi_- - \varphi_+)$ égaux, c'est-à-dire à des raies de pente égale en $\Delta\lambda$. On donne également les $(\Psi_+ - \Psi_-)$ qui représentent les intensités au centre.

TABLEAU XXXVII

$(\varphi_- - \varphi_+)$	$\theta_0 = 0,02$		$\theta_0 = 0,015$	
	$\log g$	$(\psi_+ - \psi_-) \%$	$\log g$	$(\psi_+ - \psi_-) \%$
+0,00120	8,73	-0,065	9,40	
00100	8,78	059	9,49	-0,130
00080	8,83	053	9,58	083
00060	8,88	046	9,66	-0,041
00040	8,93	040	9,74	0,000
00020	8,98	034	9,81	+0,035
00000	9,09	020	9,87	064

Le tableau donne les gravités et les intensités au centre de H pour un profil de raie à pente donnée. A l'aide de la dernière colonne on a tracé, dans le diagramme de Hertzsprung-Russell (figure 5), le lieu des points correspondant à une raie H_γ à pente nulle, c'est-à-dire évanouie. Le résultat est inscrit dans les tables XXIII et XXVI du chapitre précédent.

CONCLUSION

L'ensemble de ce travail permet d'expliquer certaines particularités du spectre de quelques naines blanches, comme celui de AC + 70°8247. Malheureusement, la petitesse des résultats ne permet pas une vérification facile. La conclusion générale est que les températures superficielles de certaines naines blanches sont très supérieures à celles admises jusqu'à maintenant. La classe de couleur de ces astres les apparente à certaines étoiles à atmosphère très étendue. Les travaux théoriques sur les naines blanches s'appuient sur un matériel d'observation encore restreint. Un effort peut être tenté dans la mesure des parallaxes. En outre, l'observation des naines blanches les plus brillantes dans un grand réflecteur permettrait de détecter quelques couples, ce qui conduirait à de nouvelles déterminations de masses, comme l'a déjà fait remarquer SARAH LEE LIPPINCOTT [35].

Manuscrit reçu le 14-3-56

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Actualités scientifiques et industrielles, 895 Paris 1941.
- [2] P. A. S. P. **47**, 307, 1935.
- [3] SCHATZMAN. Le spectre des naines blanches et leur débit d'énergie. Publ. Kbhv. Obs. **149**, 1949.
- [4] WOLLEY, SCOTT, BRICKWEDDE. Journal of Research of the National Bureau of Standards. R. P. 1932, 41, 1948.
- [5] SCHATZMAN. Publ. Kbhv. Obs. **149**, 1949 p. 69.
- [6] PAUL COUTEAU et EVRY SCHATZMAN. C. R. Acad. Sci. **231**, 1950, 33.
- [7] UNSÖLD. Phys. d. Sternatmosphären. Berlin, Chap. VI.
- [8] STRÖMGREN. Zs. f. Astr. **4** 118, 1932.
- [9] UNSÖLD. Phys. d. Sternatmosphären. Chap. VIII.
- [10] PANNEKOEK. M. N. **98**, 694. 1938.
- [11] SCHATZMAN. Publ. Kbhv. Obs. **149**, 1949, p. 72.
- [12] UNSÖLD. Phys. d. Sternatmosphären. Chap. IX.
- [13] HOLTSMARK. Ann. d. Phys. **58**, 1949, p. 577.
- [14] ELSA VAN DIEN. ApJ. **109**, p. 455.
- [15] STRÖMGREN. Publ. Kbhv. Obs. **138**.
- [16] N. WIENER and E. HOPF. Ber. math, Phys. Klasse. 1941.
- [17] KOURGANOFF. Ann. d'Astr. **12**, 169, 1949.
- [18] S. VERWEY. Publ. Astr. Inst. Univ. Amsterdam. **5**, 1946.
- [19] KOURGANOFF. Cont. I. A. P. B. 18.
- [20] STRÖMGREN. B. Astr. J. **53**, 1948, 107.
- [21] CHANDRASEKHAR. Stellar Structure. p. 427.
- [22] RUDKJØBING. Kbhv. Obs. Publ. N° 160.
- [23] SCHATZMAN. North Holland Publ. Company Amsterdam. p. 59.
- [24] KUIPER. ApJ. **88**, 1938. p. 429.
- [25] BAIZE et ROMANI. Ann. d'Astr. **9**, 1946, p. 9.
- [26] W. J. LUYTEN. ApJ. **116**, 1952 p. 283.
- [27] K. AA. STRAND. ApJ. **113**, 1951, p. 1.
- [28] VAN DEN BOS. B. A. N. **3**, 1926, p. 128.
- [29] LOUISE F. JENKINS. General Cat. Trig. Stellar Paral. Yale Univ. 1942.
- [30] YNGVE ÖHMAN. M. N. November, 1931.
- [31] Spectre pris au réflecteur de 2 m. 05 de Mc. Donald par Kourganoff et Mlle Canavaggia.
- [32] PLACZEK. Nat. Res. Counc. of Canada. Division of atomic energy. **1547**.
- [33] A. B. UNDERHILL. Kbhv. Obs. **151**, 1950.
- [34] RUDKJØBING. Kbhv. **150**, 1950.
- [35] SARAH LEE LIPPINCOTT. Ast. J. **56**, 7, 1952.

TABLE DES MATIÈRES

Introduction	3
I. Sur l'abondance de l'hydrogène moléculaire dans l'atmosphère des naines blanches .	6
II. Théories et calculs du coefficient d'absorption continu moyen et du coefficient d'absorption dans les ailes des raies	11
III. Calcul de modèles d'atmosphères - profondeur relative d'une raie pour l'ensemble du disque	16
IV. Déterminations théoriques des régions du diagramme de Hertzsprung - Russel où le spectre des naines blanches présente le centre des raies H_{β} et H_{γ} en émission ou absorption	24
V. Étude des ailes de la raie H_{γ}	39
Références bibliographiques	50

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

LA SÉLECTION OBSERVATIONNELLE DANS L'ÉTUDE
DES ÉTOILES DOUBLES

Vu et approuvé

le 16 janvier 1956

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

J. PERÈS

Vu
et Permis d'imprimer

Le Recteur de l'Académie
de Paris

Jean SARRAILH

